

國二每周練習題(下學期第3周)

中心：_____

姓名：_____

例題一 化簡下列各式：

(1) $2(3x - y) + 2(x - 2y - 1)$

(2) $\frac{1}{2}(x - y + 3) + \frac{1}{3}(x + y - 1)$

解：

$$\begin{aligned}
 (1) \text{ 原式} &= 2(3x - y) + 2(x - 2y - 1) \\
 &= 2 \cdot 3x + 2 \cdot (-y) + 2 \cdot x + 2 \cdot (-2y) + 2 \cdot (-1) \\
 &= 6x + (-2y) + 2x + (-4y) + (-2) \\
 &= 6x - 2y + 2x - 4y - 2 \\
 &= 6x + 2x - 2y - 4y - 2 \\
 &= (6 + 2)x + [(-2) + (-4)]y - 2 \\
 &= 8x + (-2 - 4)y - 2 \\
 &= 8x + (-6)y - 2 \\
 &= 8x - 6y - 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 原式} &= \frac{1}{2}(x - y + 3) + \frac{1}{3}(x + y - 1) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot (-y) + \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot y + \frac{1}{3} \cdot (-1) \\
 &= \frac{1}{2}x + (-\frac{1}{2}y) + \frac{3}{2} + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y + (-\frac{1}{3}) \\
 &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y + \frac{3}{2} + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y - \frac{1}{3} \\
 &= \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}y + \frac{3}{2} - \frac{1}{3} \\
 &= (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})x + (-\frac{1}{2} + \frac{1}{3})y + (\frac{3}{2} - \frac{1}{3}) \\
 &= (\frac{3}{6} + \frac{2}{6})x + (-\frac{3}{6} + \frac{2}{6})y + (\frac{9}{6} - \frac{2}{6}) \\
 &= \frac{5}{6}x + (-\frac{1}{6})y + \frac{7}{6} \\
 &= \frac{5}{6}x - \frac{1}{6}y + \frac{7}{6}
 \end{aligned}$$

答：(1) $8x - 6y - 2$ (2) $\frac{5}{6}x - \frac{1}{6}y + \frac{7}{6}$



小提醒：

先將式子的括號乘開後，再將式子內同類項合併(將未知數相同的項合併)。

練習一 化簡下列各式：

(1) $3(x - 2y) - 2(2x - y - 2)$

(2) $\frac{1}{3}(2x - y + 5) - \frac{1}{2}(x - 3y + 1)$

例題二 利用乘法公式計算下列各式的值

(1) 205^2 (2) $(9\frac{2}{3})^2$ (3) $107^2 - 93^2$

解：

$$\begin{aligned} (1) \text{ 原式} &= 205^2 \\ &= (200+5)^2 \\ &= 200^2 + 2 \cdot 200 \cdot 5 + 5^2 \\ &= 40000 + 2000 + 25 \\ &= 42025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= (9\frac{2}{3})^2 \\ &= (10 - \frac{1}{3})^2 \\ &= 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{3} + (\frac{1}{3})^2 \\ &= 100 - \frac{20}{3} + \frac{1}{9} \\ &= \frac{900}{9} - \frac{60}{9} + \frac{1}{9} \\ &= \frac{841}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 原式} &= 107^2 - 93^2 \\ &= (107+93)(107-93) \\ &= 200 \cdot 14 \\ &= 2800 \end{aligned}$$

答：(1) 42025 (2) $\frac{841}{9}$ (3) 2800

練習二 利用乘法公式計算下列各式的值

(1) $(20\frac{2}{5})^2$ (2) $(39.8)^2$ (3) 202×198

例題三 (1) 求 $\sqrt{\frac{81}{169}}$ 的值為何？

(2) 求 0.16 的平方根為何？

解：

$$\begin{aligned} (1) \text{ 原式} &= \sqrt{\frac{81}{169}} \\ &= \sqrt{(\frac{9}{13})^2} \\ &= \frac{9}{13} \end{aligned}$$

(2) 設 x 為 0.16 的平方根

$$\Rightarrow x^2 = 0.16$$

$$\Rightarrow x^2 = (0.4)^2$$

$$\Rightarrow x = 0.4 \text{ 或 } -0.4$$

答：(1) $\frac{9}{13}$ (2) 0.4 或 -0.4



小提醒：

乘法公式：

(1) 和的平方

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(2) 差的平方

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(3) 平方差

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$



小提醒：

若 $a \geq 0$ ，且 $x^2 = a$ ，就稱 x 是 a 的平方根。

(1) 每一個正數都必有兩個平方根，且此兩平方根必互為相反數，其和為 0。

(2) 0 的平方根只有 1 個，為 0 本身。

(3) 任何負數都無法在數線上找到其平方根。

練習三

(1) 求 $-\sqrt{3.24}$ 的值為何？

(2) 求 $\sqrt{16}$ 的平方根為何？

例題四 某日警察查獲一起香菸走私案件，在查獲的 10 大箱香菸裡發現：

每個大箱子裡有 10 個小箱子，每個小箱子裡有 10 條香煙，每條香煙裡裝有 10 包香煙，請問此次警察共查獲多少包香煙？

解：

警察查獲有 10 大箱香菸；

先確定有幾個小箱子：

每個大箱子裡有 10 個小箱子，10 個大箱子共有 $10 \times 10 = 100$ 個小箱子。

在確定有幾條香菸：

每個小箱子裡有 10 條香煙，100 個小箱子共有 $10 \times 100 = 1000$ 條香菸。

最後計算有幾包香菸：

每條香煙裡有 10 包香煙，1000 個小箱子共有 $10 \times 1000 = 10000$ 包香菸。

答：10000 包



小提醒：

從題目敘述中觀察，再列出關係式。

練習四 某日工廠正在包裝糖果禮盒：

每個大禮盒裡有 7 個中禮盒，每個中禮盒裡有 7 個小禮盒，每個小禮盒裝有 7 顆糖果，請問每個大禮盒內有幾顆糖果？

例題五 標準作業程序(英語：Standard Operating Procedures，常縮寫並簡稱為 SOP)是指在有限時間與資源內，為了執行複雜的事務而設計的內部程序。從管理學的角度來看，標準作業程序能夠縮短新進人員面對不熟練且複雜的學習時間，只要按照步驟指示就能避免失誤與疏忽。

甲、乙兩人利用公式解同解一個 x^2 項係數為 2 的一元二次方程式，甲將一次項係數看錯，解得兩根為 $-\frac{3}{2}$ 、 -1 ；乙將常數項看錯，解得兩根為 4 、 $-\frac{1}{2}$ ，求原來方程式正確的解為何？

解：

根據題意： x^2 項係數為 2 的一元二次方程式，且甲解得兩根為 $-\frac{3}{2}$ 、 -1 ，

還原得到方程式為 $2(x + \frac{3}{2})(x + 1) = 0$ ，乘開後得到 $2x^2 + 5x + 3 = 0$ 。

同理，乙解得兩根為 4 、 $-\frac{1}{2}$ ，還原得到方程式為 $2(x - 4)(x + \frac{1}{2}) = 0$ ，乘開後得到 $2x^2 - 7x - 4 = 0$ 。

又甲將一次項係數看錯，且乙將常數項看錯，所以兩人皆沒看錯的項為 x^2 項係數，將甲乙得到的兩式對照：

$$\begin{cases} 2x^2 + 5x + 3 = 0 \\ 2x^2 - 7x - 4 = 0 \end{cases}$$

，再刪去看錯的部分

後得到 $\begin{cases} 2x^2 + \cancel{5x} + 3 = 0 \\ 2x^2 - 7x - \cancel{4} = 0 \end{cases}$ ，所以正確方程式為 $2x^2 - 7x + 3 = 0$ 。

$$\begin{aligned} \text{利用公式解得到方程式的解 } x &= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} = 3 \text{ 或 } \frac{1}{2}。 \end{aligned}$$

答： $x = 3$ 或 $\frac{1}{2}$

練習五 甲、乙兩生利用公式解同解一個 x^2 項係數為 1 的一元二次方程式，甲將一次項的係數看錯，解得兩根為 -1 、 6 ；乙將常數項看錯，解得兩根為 4 、 -3 ，此外並無其他錯誤，則原來方程式正確的解為？



小提醒：

一元二次方程式的解若為 $x = b$ 或 $x = c$ ，可以利用方程式的解 $x = b$ 或 $x = c$ ，將原方程式假設為 $a(x - b)(x - c) = 0$ 。