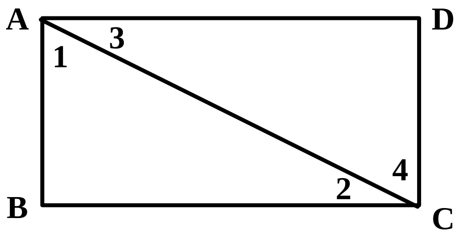
(69)多邊形內角

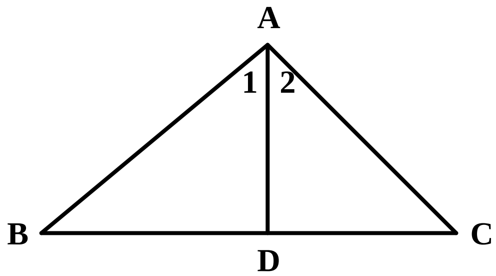
我們先從三角形談起，大家都知道三角形的內角和是180。，在下面，我們要正式證明這一點。請看下圖:



上圖的四方形是一個長方形，我們可以得到以下的式子:

$\angle 1+\angle 3=90°$
$\angle 2+\angle 4=90°$
$\angle 3=\angle 2$
$\therefore\ \angle 1+\angle 2=90°$
$\because\ \angle ABC=90°$
∴我們得知$\triangle ABC$內角和是180°，$\triangle ABC$是一個直角三角形。我們因此得知直角三角形的內角和是180°。

一般三角形的內角和是否也是180°呢?請看下圖:



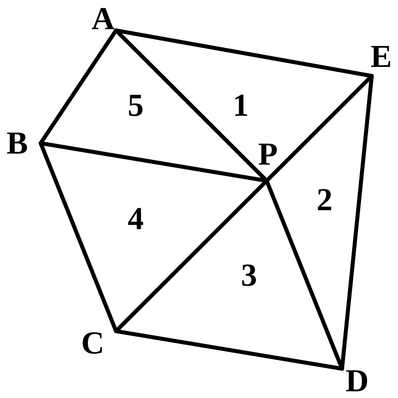
$\triangle ABC$是一個一般三角形，假設$AD\perp BC$，我們可以得到以下的式子:

$\angle 1+\angle B=90°$
$\angle 2+\angle C=90°$
$\therefore\ \angle 1+\angle 2+\angle B+\angle C=90°+90°=180°$

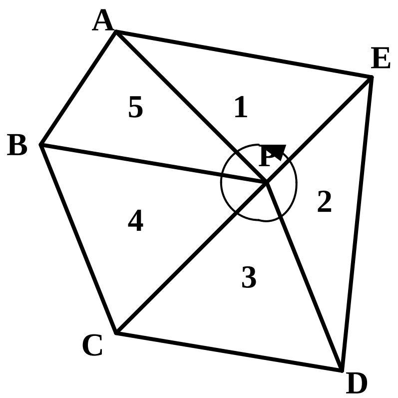
故一般三角形的內角和也是180°。正三角形三內角相等，因此正三角形的內角都是60°。

以下我們要討論多邊形的內角。

請看下圖:



上圖中的多邊形是一個五邊形，我們在此五邊形中任取一點P，從P連線到所有的端點，因此我們得到5個三角形。每一個三角形的內角和都是180°，5個三角形的內角和因此是$5 \times 180° = 900°$。但是連接P點的內角不是五邊形的內角，必須去掉。以上圖為例，$\angle APB$和$\angle EPD$都不是五邊形的內角，這種角一共有5個，這5個角的和是360°，如下圖所示。



因此，一個m邊形的內角和是$\mathrm{m}180° - 360° = (\mathrm{m} - 2)180°$

三角形，$m = 3$，內角和是$(3 - 2)180° = 180°$
四邊形，$m = 4$，內角和是$(4 - 2)180° = 360°$
五邊形，$m = 5$，內角和是$(5 - 2)180° = 540°$

如果一個多邊形是正多邊形，則所有的內角都是相等的，因此一個正m邊形的內角是$\frac{(m-2)180°}{m}$

三角形，$m=3$，內角=$\frac{(3-2)180°}{3}=60°$

四邊形，$m=4$，內角=$\frac{(4-2)180°}{4}=90°$

三角形，$m=5$，內角=$\frac{(5-2)180°}{5}=108°$

(1)已知一個m邊形的內角和是A，求m

$$(\mathrm{m}-2)180°=\mathrm{A}$$
$$180°\mathrm{m}-360°=\mathrm{A}$$
$$180°\mathrm{m}=\mathrm{A}+360°$$
$$\therefore\ \ \mathrm{m}=\frac{A+360°}{180°}$$

例 1: $A=180°$

$$m=\frac{180°+360°}{180°}=3$$

例 2: $A=540°$

$$\mathrm{m}=\frac{540°+360°}{180°}=\frac{900°}{180°}=5$$

例 3: $A=720°$

$$\mathrm{m}=\frac{720°+360°}{180°}=\frac{1080°}{180°}=6$$

(2)已知一個正m邊形的內角和是A，求m

$$\frac{(m-2)180°}{m}=A$$

$$180°-\frac{360°}{m}=A$$

$$\frac{360°}{m}=180°-A$$

$$\mathrm{m}=\frac{360°}{180°-A}$$

例 4：$A=60°$

$$\mathrm{m}=\frac{360°}{180°-60°}=\frac{360°}{120°}=3$$

例 5：$A=90°$

$$\mathrm{m}=\frac{360°}{180°-90°}=\frac{360°}{90°}=4$$

例 6：$A=120°$

$$\mathrm{m}=\frac{360°}{180°-120°}=\frac{360°}{60°}=6$$