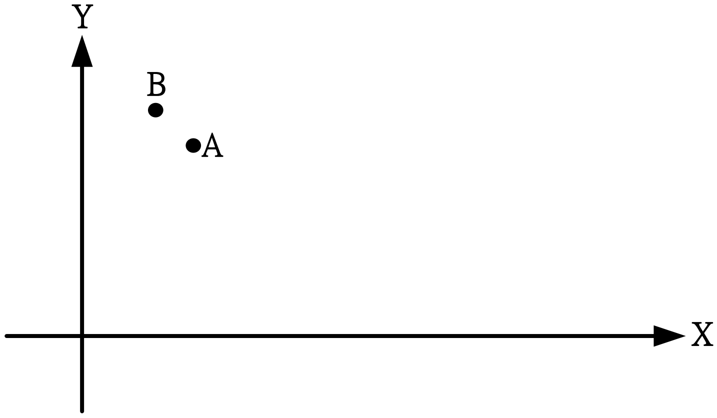
(58)矩陣的加減

假設我們有兩點 如下圖 A=(3,5)和 B=(2,6)



假設我們要將(1,2)設為原點，此時 A 的座標就會是(3,-1,5-2)=(2,3)，而 B 的座標會變成(2-1,6-2)=(1.4)，以上的運算，我們可以用以下的矩陣來表示:

$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-1 & 2-1 \\ 5-2 & 6-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$或$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ 都是矩陣

以下是一個矩陣

$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$

以上是一個 2×3 矩陣 共有 2 列和 3 行。通常每一個元素用a_{ij}來代表，假設一個矩陣有 m 列和 n 行，則這個矩陣可以用$[a_{ij}]m \times n$表示。

$(a_{11},a_{12},\cdots a_{1n})$是第一列
$(a_{21},a_{22},\cdots a_{2n})$是第二列
.
.
.
$(a_{i1},a_{i2},\cdots a_{in})$是第 i 列
.

.

.

$(a_{m1},a_{m2},\cdots a_{mn})$是第 m 列

$(a_{11},a_{21},\cdots a_{m1})$是第一行

$(a_{12},a_{22},\cdots a_{m2})$是第二行

.

.

.

$(a_{1j},a_{2j},\cdots a_{mj})$是第 j 行

.

.

.

$(a_{1n},a_{2n},\cdots a_{mn})$是第 m 行

(1)$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \\ -1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$是一個 3×3 的矩陣

(3,1,2)是第一列

(-1,6,4)是第三列

(1,5,6)是第二行

(2,3,4)是第三行

a_{12}=1

a_{23}=3

a_{31}=-1

a_{33}=4

(2)[1,2]是一個 1×2 的矩陣

a_{11}=1

a_{12}=2

第一列是(1,2)

第二行是{2}

(3)$\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$是一個 2×1 的矩陣

a_{11}=4

a_{21}=-1

(4)是第一列

(-1)是第二列
(4,-1)是第一行

(4)$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 & 2 \\ -3 & 0 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$是一個 3×4 的矩陣
(5,1,4,2)是第一列
(2,1,3,-4)是第三列
(1,0,1)是第二行
(4,1,3)是第三行
a_{22}=0
a_{33}=3
a_{34}=-4

(5)假設矩陣 A=[a_{ij}]2×2 中，a_{ij}=i+j
a_{11}=1+1=2
a_{12}=1+2=3
a_{21}=2+1=3
a_{22}=2+2=4

A=$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

(6)假設矩陣 A=[a_{ij}]3×2 中，a_{ij}=2i-j
a_{11}=2×1-1=2-1=1
a_{12}=2×1-2=2-2=0
a_{21}=2×2-1=4-1=3
a_{22}=2×2-2=4-2=2
a_{31}=2×3-1=6-1=5
a_{32}=2×3-2=6-2=4

A=$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

(7)假設矩陣 A=[a_{ij}]2×3 中，a_{ij}=ij
a_{11}=1×1=1
a_{12}=1×2=2

a_{13}=1×3=3
a_{21}=2×1=2
a_{22}=2×2=4
a_{23}=2×3=6

A=$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

矩陣的加法與減法

(8)A=$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

B=$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

A+B=$\begin{bmatrix} 2-1 & -1+2 \\ 3+3 & 4+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$

(9)A=$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

B=$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \\ 4 & 6 & 2 \end{bmatrix}$

A+B=$\begin{bmatrix} 3+0 & 1+1 & 0+4 \\ -2+5 & 2-2 & 1-3 \\ 4+4 & 1+6 & 3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & -2 \\ 8 & 7 & 5 \end{bmatrix}$

(10)A=$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

B=$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

A-B=$\begin{bmatrix} 5-2 & 1-4 & 4-1 \\ -1-(-1) & 3-(-2) & -2-3 \\ 2-3 & 1-4 & 4-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 3 \\ 0 & 5 & -5 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

(11)A=$\begin{bmatrix}3 & -1\\4 & 6\end{bmatrix}$

B=$\begin{bmatrix}5 & 2\\6 & -1\end{bmatrix}$

A-B=$\begin{bmatrix}3-5 & -1-2\\4-6 & 6-(-1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & -3\\-2 & 7\end{bmatrix}$

(12)A=$\begin{bmatrix}2 & 1\\3 & 4\end{bmatrix}$

A+B=$\begin{bmatrix}5 & 1\\-5 & 6\end{bmatrix}$

求 B

令 B=$\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\b_{21} & b_{22}\end{bmatrix}$

A+B=$\begin{bmatrix}2+b_{11} & 1+b_{12}\\3+b_{21} & 4+b_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 1\\-5 & 6\end{bmatrix}$

2+b_{11}=5, b_{11}=5-2=3

1+b_{12}=1, b_{12}=1-1=0

3+b_{21}=-5, b_{21}=-5-3=-8

4+b_{22}=6, b_{22}=6-4=2

B=$\begin{bmatrix}3 & 0\\-8 & 2\end{bmatrix}$

(13)A=$\begin{bmatrix}5 & 1\\3 & -2\end{bmatrix}$

A-B=$\begin{bmatrix}1 & 4\\-3 & -1\end{bmatrix}$

求 B

令 B=$\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\b_{21} & b_{22}\end{bmatrix}$

A-B=$\begin{bmatrix}5-b_{11} & 1-b_{12}\\3-b_{21} & -2-b_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 4\\-3 & -1\end{bmatrix}$

5-b_{11}=1, b_{11}=5-1=4

1-b_{12}=4, b_{12}=1-4=-3

3-b_{21}=-3, b_{21}=3-(-3)=6

-2-b_{22}=-1, b_{22}=-2-(-1)=-2+1=-1

B=$\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$

(14)A=$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$

2A =$\begin{bmatrix} 1 \times 2 & 4 \times 2 \\ 5 \times 2 & 7 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 10 & 14 \end{bmatrix}$

(15)A=$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & -3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

-2A= $\begin{bmatrix} -6 & -2 & -4 \\ 2 & 6 & -8 \\ -8 & -2 & -4 \end{bmatrix}$