習題 2.1

習題 2.1-1

如圖 2.1-14，在△ABC 中，D、E 兩點分別在$\overline{AB}$、$\overline{AC}$上，且$\overline{CD}$交$\overline{BE}$於 F 點。則圖中可找出____個三角形。

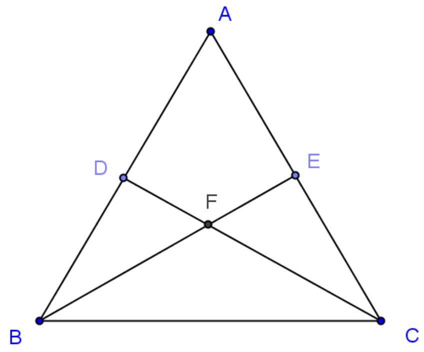


圖 2.1-14

想法：三個線段，兩兩相連於三點，則此三線段所圍成的圖形叫做三角形

解：

敘述	理由
(1) △ABC 為三角形	三角形的定義
(2) △ABE 為三角形	三角形的定義
(3) △ACD 為三角形	三角形的定義
(4) △BCD 為三角形	三角形的定義
(5) △BCE 為三角形	三角形的定義
(6) △BCF 為三角形	三角形的定義
(7) △BDF 為三角形	三角形的定義
(8) △CEF 為三角形	三角形的定義

習題 2.1-2

△ABC 中，若∠A＝35°，∠B＝25°，∠C＝120°，則△ABC 為下列何種三角形？

(A) 銳角三角形　(B) 直角三角形　(C) 鈍角三角形　(D) 不能確定

想法：(1) 三角形三內角皆小於 90°為銳角三角形

(2) 三角形中，有一個角等於 90°為直角三角形

(3) 三角形中，有一個角大於 90°為鈍角三角形

(4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

(5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

解：

敘述	理由
(1) △ABC 為鈍角三角形	已知∠C＝120° & 鈍角三角形的性質
(2) 所以此題答案選 (C) 鈍角三角形	

習題 2.1-3

若三角形中有三個內角為銳角，則此三角形為何種三角形？

想法：(1) 三角形三內角皆小於 90°為銳角三角形

(2) 三角形中，有一個角等於 90°為直角三角形

(3) 三角形中，有一個角大於 90°為鈍角三角形

(4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

(5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

解：

敘述	理由
(1) 此三角形為銳角三角形	銳角三角形定義

習題 2.1-4

三角形的三個內角中，最多可以有__________個鈍角。

想法：(1) 三角形三內角皆小於 90°為銳角三角形

(2) 三角形中，有一個角等於 90°為直角三角形

(3) 三角形中，有一個角大於 90°為鈍角三角形

(4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

(5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

解：

敘述	理由
(1) 三角形最多只有一個鈍角	鈍角三角形的性質

習題 2.1-5

下列何者為等腰三角形的三個邊？

(A) 2，3，4 (B) 11，15，23 (C) 5，10，11 (D) 10，10，15

想法：(1) 三角形三內角皆小於 90°為銳角三角形

(2) 三角形中，有一個角等於 90°為直角三角形

(3) 三角形中，有一個角大於 90°為鈍角三角形

(4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

(5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

解：

敘述	理由
(1) 答案選 (D) 10，10，15	三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形 & 10＝10

習題 2.1-6

已知△ABC，則可作出幾個與△ABC 的三內角對應相等的三角形？
(A) 一個　(B) 兩個　(C) 無限多個　(D) 不能作三角形

想法： 移形定理

解：

敘述	理由
(1) △ABC 的三內角為∠A、∠B、∠C	三角形有三個內角
(2) 可做出無限多個與∠A 相等的角	移形定理
(3) 可做出無限多個與∠B 相等的角	移形定理
(4) 可做出無限多個與∠C 相等的角	移形定理
(5) 可作出無限多個與△ABC 的三內角對應相等的三角形	由(2)＆(3)＆(4)
(6) 所以此題答案選 (C) 無限多個	

習題 2.1-7

圖 2.1-15 中，△ABC 及△DEF 為兩全等三角形，試述∠B 及∠C 的對應角各為何角？$\overline{BC}$及$\overline{DE}$的對應邊各為何邊？

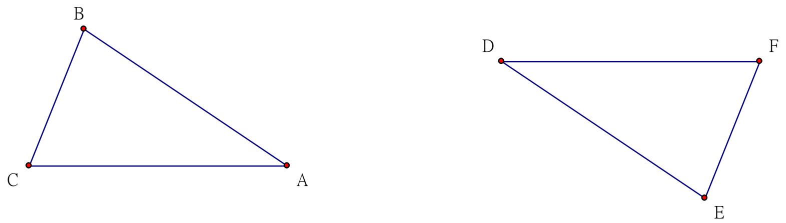


圖 2.1-15

解：

敘述	理由
(1) ∠B 的對應角為∠E	已知△ABC≅△DEF
(2) ∠C 的對應角為∠F	已知△ABC≅△DEF
(3) $\overline{BC}$的對應邊為$\overline{EF}$	已知△ABC≅△DEF
(4) $\overline{DE}$的對應邊為$\overline{AB}$	已知△ABC≅△DEF

習題 2.1-8

圖 2.1-16 中，△ABC 及△DEF 為兩全等三角形，試述∠B 及∠E 的對邊各為何？$\overline{BC}$及$\overline{DE}$的對角各為何角？

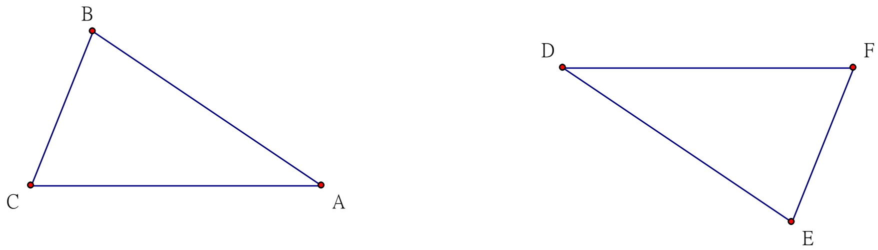


圖 2.1-16

解：

敘述	理由
(1) △ABC 中，∠B 的對邊為$\overline{AC}$	對邊的定義
(2) △DEF 中，∠E 的對邊為$\overline{DF}$	對邊的定義
(3) △ABC 中，$\overline{BC}$的對角為∠A	對角的定義
(4) △DEF 中，$\overline{DE}$的對角為∠F	對角的定義

習題 2.1-9

圖 2.1-17 中，已知△ABC ≅ △DEF，且 A、B、C 的對應頂點分別是 D、E、F。若$\overline{BC}$=6，$\overline{AC}$=8，$\overline{DE}$=10，∠A=37°，∠F=90°，∠B=53°
則： (1) $\overline{AB}$=？ (2) $\overline{EF}$=？ (3) $\overline{DF}$=？
(4) ∠D=？ (5) ∠E=？ (6) ∠C=？

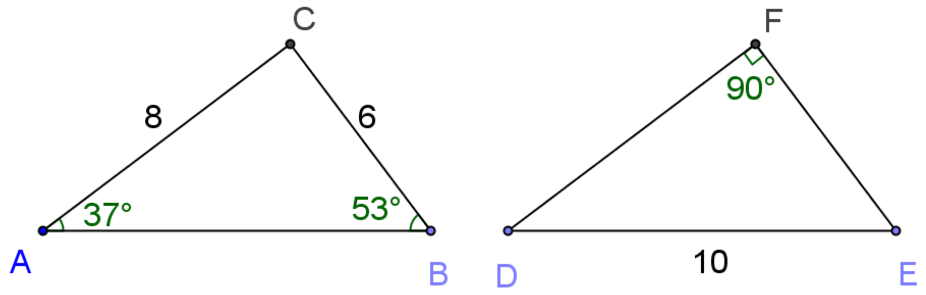


圖 2.1-17

想法：兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB}=\overline{DE}=10$	已知△ABC ≅ △DEF & 對應邊$\overline{AB}$與$\overline{DE}$相等 & 已知$\overline{DE}=10$
(2) $\overline{EF}=\overline{BC}=6$	已知△ABC ≅ △DEF & 對應邊$\overline{EF}$與$\overline{BC}$相等 & 已知$\overline{BC}=6$
(3) $\overline{DF}=\overline{AC}=8$	已知△ABC ≅ △DEF & 對應邊$\overline{DF}$與$\overline{AC}$相等 & 已知$\overline{AC}=8$
(4) ∠D=∠A=37°	已知△ABC ≅ △DEF & 對應角∠D 與∠A 相等 & 已知∠A=37°
(5) ∠E=∠B=53°	已知△ABC ≅ △DEF & 對應角∠E 與∠B 相等 & 已知∠B=53°
(6) ∠C=∠F=90°	已知△ABC ≅ △DEF & 對應角∠C 與∠F 相等 & 已知∠F=90°

習題 2.1-10

圖 2.1-18 中，已知△ABC ≅ △DEF，且 A、B、C 的對應頂點分別是 D、E、F。若$\overline{AB}$＝3x＋6，$\overline{BC}$＝14，$\overline{AC}$＝9，$\overline{EF}$＝6y＋2，$\overline{DE}$＝18，則 x－y＝____。

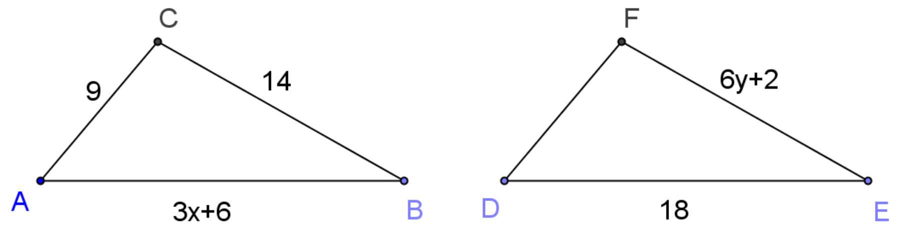


圖 2.1-18

想法：兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB}$＝$\overline{DE}$	已知△ABC ≅ △DEF ＆ 對應邊$\overline{AB}$與$\overline{DE}$相等
(2) 3x＋6＝18	將已知$\overline{AB}$＝3x＋6，$\overline{DE}$＝18 代入(1)
(3) x＝(18－6)÷3＝4	由(2)解一元一次方程式
(4) $\overline{EF}$＝$\overline{BC}$	已知△ABC ≅ △DEF ＆ 對應邊$\overline{EF}$與$\overline{BC}$相等
(5) 6y＋2＝14	將已知$\overline{EF}$＝6y＋2，$\overline{BC}$＝14 代入(4)
(6) y＝(14－2)÷6＝2	由(5)解一元一次方程式
(7) x－y＝4－2＝2	由(3)＆(6)

習題 2.1-11

圖 2.1-19 中，已知△ABC ≅ △PQR，若$\overline{AB}$＝2x＋3，$\overline{BC}$＝4x－2，$\overline{AC}$＝3x，$\overline{PQ}$＝x＋8，則 x＝_____。

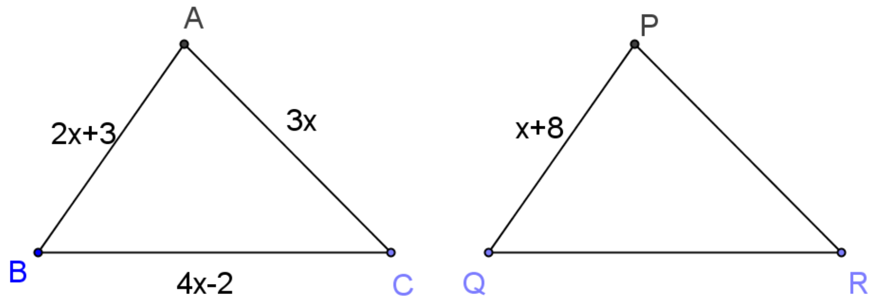


圖 2.1-19

想法：兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB}$＝$\overline{PQ}$	已知△ABC ≅ △PQR & 對應邊$\overline{AB}$與$\overline{PQ}$相等
(2) 2x＋3＝x＋8	將已知$\overline{AB}$＝2x＋3，$\overline{PQ}$＝x＋8 代入(1)
(3) x＝8－3＝5	由(2)解一元一次方程式

習題 2.1-12

圖 2.1-20 中，若△ABC ≅ △DEF，且∠A＝(3x－4)°，∠B＝(6y＋10)°，∠D＝56°，∠E＝64°，則 x＋y＝？

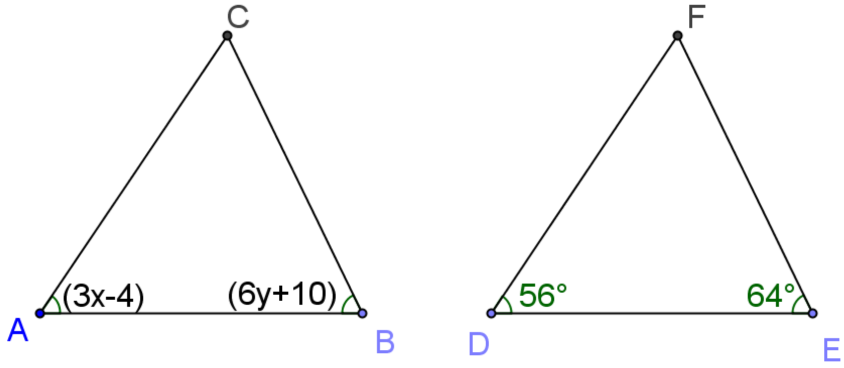


圖 2.1-20

想法：兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

解：

敘述	理由
(1) ∠A＝∠D	已知△ABC ≅ △DEF & 對應角∠D 與∠A 相等
(2) (3x－4)°＝56°	將已知∠A＝(3x－4)° & ∠D ＝56° 代入(1)
(3) x＝(56＋4)÷3＝20	由(2) 解一元一次方程式
(4) ∠B＝∠E	已知△ABC ≅ △DEF & 對應角∠E 與∠B 相等
(5) (6y＋10)°＝64°	將已知∠B＝(6y＋10)° & ∠E ＝64° 代入(4)
(6) y＝(64－10)÷6＝9	由(5) 解一元一次方程式
(7) x＋y＝20＋9＝29	由(3)式 ＋ (6)式

習題 2.2

習題 2.2-1

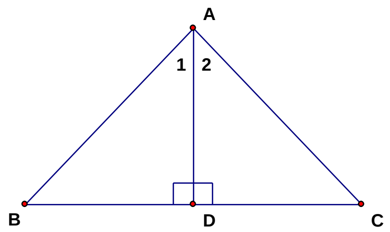


圖 2.2-23

已知：圖 2.2-23 中，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$，$\overline{BD}=\overline{CD}$

試證：△ABC 為一等腰三角形。且∠1＝∠2。

想法：(1) 若證得$\overline{AB}=\overline{AC}$，則可證得△ABC 為一等腰三角形

(2) 若證得△ABD ≅ △ACD，則可證得$\overline{AB}=\overline{AC}$、∠1＝∠2

(3) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABD 與△ACD 中 $\overline{BD}=\overline{CD}$ ∠ADB＝∠ADC＝90° $\overline{AD}=\overline{AD}$	如圖 2.2-23 所示 已知$\overline{BD}=\overline{CD}$ 已知$\overline{AD}\perp\overline{BC}$ 共同邊
(2) △ABD ≅ △ACD	由(1) S.A.S.三角形全等定理
(3)∠1＝∠2	由(2) 對應角相等
(4) $\overline{AB}=\overline{AC}$	由(2) 對應邊相等
(5) △ABC 為等腰三角形	由(4) $\overline{AB}=\overline{AC}$ & 兩腰等長為等腰三角形

習題 2.2-2

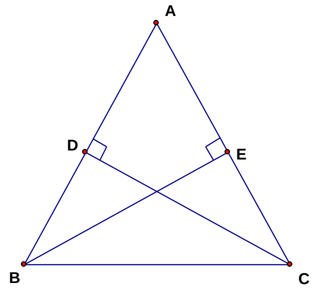


圖 2.2-24

已知：圖 2.2-24 中，$\overline{CD}\perp\overline{AB}$，$\overline{BE}\perp\overline{AC}$，$\overline{AD}=\overline{AE}$，$\overline{DC}=\overline{EB}$

試證：$\overline{AB}=\overline{AC}$

想法：(1) 若證得△AEB ≅ △ADC，則可證得$\overline{AB}=\overline{AC}$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△AEB 與△ADC 中 $\overline{AD}=\overline{AE}$ $\angle$AEB＝$\angle$ADC＝90° $\overline{DC}=\overline{EB}$	如圖 2.2-24 所示 已知$\overline{AD}=\overline{AE}$ 已知$\overline{BE}\perp\overline{AC}$， $\overline{CD}\perp\overline{AB}$ 已知$\overline{DC}=\overline{EB}$
(2) △AEB ≅ △ADC	由(1) S.A.S.三角形全等定理
(3) $\overline{AB}=\overline{AC}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.2-3

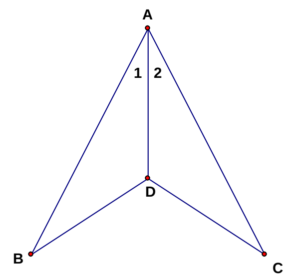


圖 2.2-25

已知： 圖 2.2-25 中，$\angle 1=\angle 2$，$\overline{AB}=\overline{AC}$

試證： $\overline{BD}=\overline{CD}$

想法： (1) 若證得△ABD ≅ △ACD，則可證得$\overline{BD}=\overline{CD}$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABD 與△ACD 中	如圖 2.2-25 所示
$\overline{AB}=\overline{AC}$	已知$\overline{AB}=\overline{AC}$
$\angle 1=\angle 2$	已知$\angle 1=\angle 2$
$\overline{AD}=\overline{AD}$	共同邊
(2) △ABD ≅ △ACD	由(1) S.A.S.三角形全等定理
(3) $\overline{BD}=\overline{CD}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.2-4

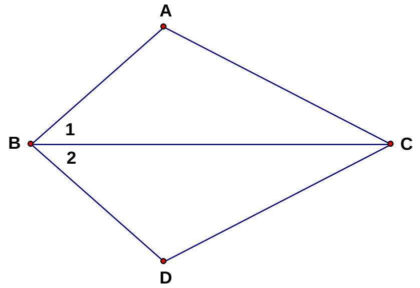


圖 2.2-26

已知： 圖 2.2-26 中，$\angle 1=\angle 2$，$\overline{AB}=\overline{BD}$

試證： $\overline{AC}=\overline{DC}$

想法： (1) 若證得△ABC ≅ △DBC，則可證得$\overline{AC}=\overline{DC}$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△DBC 中	如圖 2.2-26 所示
$\overline{AB}=\overline{DB}$	已知$\overline{AB}=\overline{BD}$
$\angle 1=\angle 2$	已知$\angle 1=\angle 2$
$\overline{BC}=\overline{BC}$	共同邊
(2) △ABC ≅ △DBC	由(1) S.A.S.三角形全等定理
(3) $\overline{AC}=\overline{DC}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.2-5

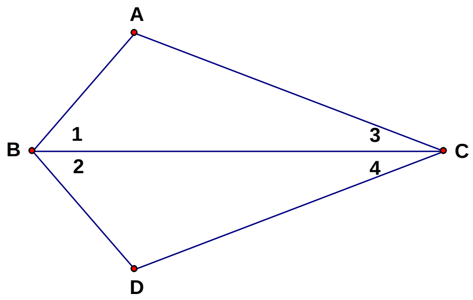


圖 2.2-27

已知： 圖 2.2-27 中，$\overline{AB}=\overline{BD}$，$\overline{AC}=\overline{DC}$，∠A＝∠D

試證： ∠1＝∠2，∠3＝∠4

想法：(1) 若證得△ABC ≅ △DBC，則可證得∠1＝∠2，∠3＝∠4

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△DBC 中 $\overline{AB}=\overline{DB}$ ∠A＝∠D $\overline{AC}=\overline{DC}$	如圖 2.2-27 所示 已知$\overline{AB}=\overline{BD}$ 已知∠A＝∠D 已知$\overline{AC}=\overline{DC}$
(2) △ABC ≅ △DBC	由(1) S.A.S.三角形全等定理
(3) ∠1＝∠2，∠3＝∠4	由(2) 對應角相等

習題 2.2-6

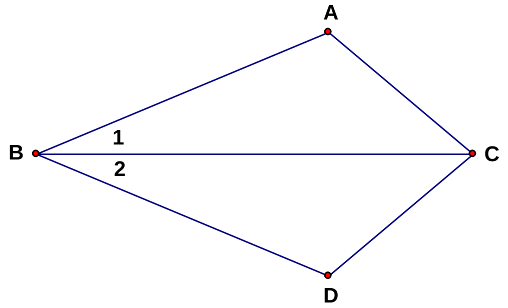


圖 2.2-28

已知：圖 2.2-28 中，$\overline{AB}=\overline{BD}$，$\angle 1=\angle 2$

試證：$\angle A=\angle D$

想法：(1) 若證得△ABC ≅ △DBC，則可證得∠A＝∠D

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△DBC 中 $\overline{AB}=\overline{DB}$ $\angle 1=\angle 2$ $\overline{BC}=\overline{BC}$	如圖 2.2-28 所示 已知$\overline{AB}=\overline{BD}$ 已知∠1＝∠2 共同邊
(2) △ABC ≅ △DBC	由(1) S.A.S.三角形全等定理
(3) ∠A＝∠D	由(2) 對應角相等

習題 2.2-7

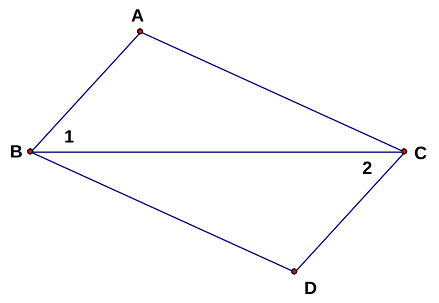


圖 2.2-29

已知： 圖 2.2-29 中，∠1＝∠2，$\overline{AB}=\overline{DC}$

試證： ∠A＝∠D

想法：(1) 若證得△ABC ≅ △DCB，則可證得∠A＝∠D

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△DCB 中 $\overline{AB}=\overline{DC}$ ∠1＝∠2 $\overline{BC}=\overline{CB}$	如圖 2.2-29 所示 已知$\overline{AB}=\overline{DC}$ 已知∠1＝∠2 共同邊
(2) △ABC ≅ △DCB	由(1) S.A.S.三角形全等定理
(3) ∠A＝∠D	由(2) 對應角相等

習題 2.2-8

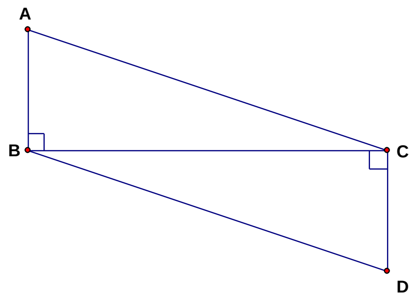


圖 2.2-30

已知：圖 2.2-30 中，$\overline{AB}\perp\overline{BC}$，$\overline{DC}\perp\overline{BC}$，$\overline{AB}=\overline{DC}$
試證：$\overline{AC}=\overline{DB}$

想法：(1) 若證得△ABC ≅ △DCB，則可證得$\overline{AC}=\overline{DB}$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△DCB 中 $\overline{AB}=\overline{DC}$ ∠ABC＝∠DCB $\overline{BC}=\overline{CB}$	如圖 2.2-30 所示 已知$\overline{AB}=\overline{DC}$ 已知$\overline{AB}\perp\overline{BC}$，$\overline{DC}\perp\overline{BC}$ 共同邊
(2) △ABC ≅ △DCB	由(1) S.A.S.三角形全等定理
(3) $\overline{AC}=\overline{DB}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.2-9

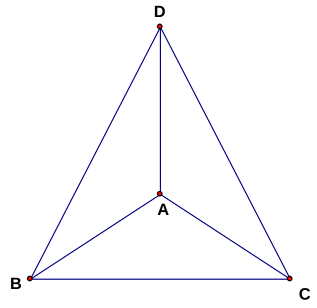


圖 2.2-31

已知：圖 2.2-31 中，∠DAB＝∠DAC，$\overline{AB}=\overline{AC}$

試證：$\overline{DB}=\overline{DC}$

想法：(1) 若證得△ABD ≅ △ACD，則可證得$\overline{DB}=\overline{DC}$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABD 與△ACD 中 $\overline{AB}=\overline{AC}$ ∠DAB＝∠DAC $\overline{AD}=\overline{AD}$	如圖 2.2-31 所示 已知$\overline{AB}=\overline{AC}$ 已知∠DAB＝∠DAC 共同邊
(2) △ABD ≅ △ACD	由(1) S.A.S.三角形全等定理
(3) $\overline{DB}=\overline{DC}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.2-10

如圖 2.2-32，已知$\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 相交於 E 點，$\overline{AE}=\overline{EB}$，$\overline{CE}=\overline{ED}$。若∠1＝32°，∠A＝78°，則∠B＝________度。

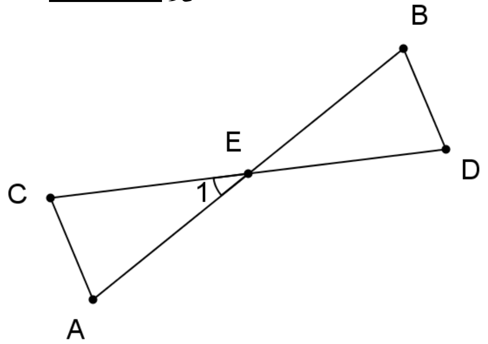


圖 2.2-32

想法：(1) 若證得△ACE ≅ △BDE，則可證得∠B＝∠A

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ACE 與△BDE 中 $\overline{AE}=\overline{EB}$ ∠AEC＝∠BED $\overline{CE}=\overline{ED}$	如圖 2.2-32 所示 已知$\overline{AE}=\overline{EB}$ 對頂角相等 已知$\overline{CE}=\overline{ED}$
(2) △ACE ≅ △BDE	由(1) S.A.S.三角形全等定理
(3) ∠B＝∠A＝78°	由(2) 對應角相等 ＆ 已知∠A＝78°

習題 2.2-11：

如圖 2.2-33，△ABC 是等腰三角形，$\overline{AB}=\overline{AC}$，且$\overline{AD}$是∠BAC 的角平分線，若$\overline{BD}=10$，則：

(1) ∠ADC＝？ (2) $\overline{CD}$＝？

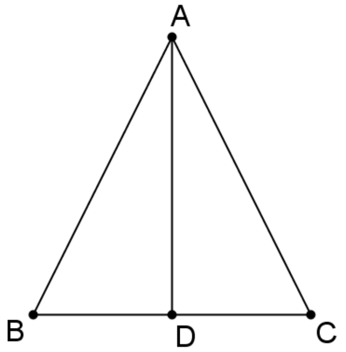


圖 2.2-33

想法：等腰三角形頂角平分線垂直平分底邊

解：

敘述	理由
(1) ∠BAC 為等腰三角形 ABC 的頂角	已知△ABC 是等腰三角形，$\overline{AB}=\overline{AC}$
(2) $\overline{AD}\perp\overline{BC}$ & $\overline{BD}=\overline{CD}$	由(1) & 已知$\overline{AD}$是∠BAC 的角平分線 & 等腰三角形頂角平分線垂直平分底邊
(3) 所以∠ADC＝90°	由(2) $\overline{AD}\perp\overline{BC}$
(4) 所以$\overline{CD}=10$	由(2) $\overline{BD}=\overline{CD}$ & 已知$\overline{BD}=10$

習題 2.2-12：

如圖 2.2-34，L 為$\overline{BC}$的垂直平分線(中垂線)，A、D 為 L 上任意之兩點，若$\overline{AB}$＝7，$\overline{DC}$＝5，則：

(1) $\overline{AC}$＝？　　　(2) $\overline{DB}$＝？

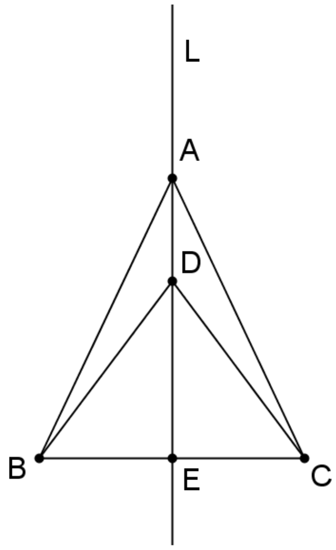


圖 2.2-34

想法：中垂線上任一點，到線段的兩端點等距離

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AC}=\overline{AB}=7$	已知 L 為$\overline{BC}$的垂直平分線(中垂線)，A 為 L 上任意之點 ＆ 中垂線上任一點，到線段的兩端點等距離 ＆ 已知$\overline{AB}=7$
(2) $\overline{DB}=\overline{DC}=5$	已知 L 為$\overline{BC}$的垂直平分線(中垂線)，D 為 L 上任意之點 ＆ 中垂線上任一點，到線段的兩端點等距離 ＆ 已知$\overline{DC}=5$

習題 2.3

習題 2.3-1

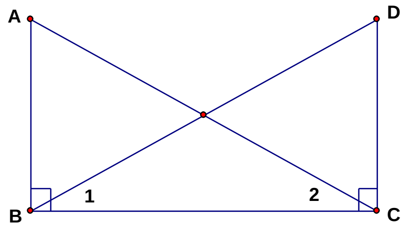


圖 2.3-10

已知：圖 2.3-10 中，$\overline{AB}\perp\overline{BC}$，$\overline{DC}\perp\overline{BC}$，$\angle 1=\angle 2$

試證：$\overline{AB}=\overline{DC}$

想法：(1) 若可證得△ABC ≅ △DCB，即可得知$\overline{AB}=\overline{DC}$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△DCB 中	如圖 2.3-10 所示
$\angle 2=\angle 1$	已知$\angle 1=\angle 2$
$\overline{BC}=\overline{CB}$	共同邊
$\angle ABC=\angle DCB=90°$	已知$\overline{AB}\perp\overline{BC}$，$\overline{DC}\perp\overline{BC}$
(2) △ABC ≅ △DCB	由(1) A.S.A.三角形全等定理
(3) $\overline{AB}=\overline{DC}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.3-2

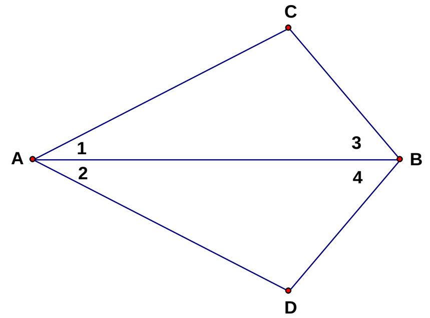


圖 2.3-11

已知：圖 2.3-11 中，∠1＝∠2，∠3＝∠4

試證：△ACB ≅ △ADB

想法：已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ACB 與△ADB 中	如圖 2.3-11 所示
∠1＝∠2	已知∠1＝∠2
$\overline{AB}=\overline{AB}$	共同邊
∠3＝∠4	已知∠3＝∠4
(2) △A CB ≅ △ADB	由(1)　A.S.A.三角形全等定理

習題 2.3-3

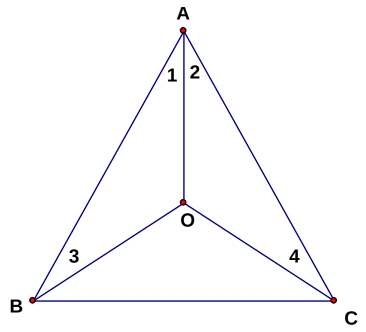


圖 2.3-12

已知：圖 2.3-12 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$

試證：△OBC 為一等腰三角形

想法：(1) 若可證得$\overline{OB}=\overline{OC}$，即可得知△OBC 為一等腰三角形

(2) 若可證得△ABO ≅ △ACO，即可得知$\overline{OB}=\overline{OC}$

(3) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABO 與△ACO 中 $\angle 1=\angle 2$ $\overline{AO}=\overline{AO}$ $\angle 3=\angle 4$	如圖 2.3-12 所示 已知$\angle 1=\angle 2$ 共同邊 已知$\angle 3=\angle 4$
(2) △A BO ≅ △ACO	由(1) A.S.A.三角形全等定理
(3) $\overline{OB}=\overline{OC}$	由(2) 對應邊相等
(4) △OBC 為一等腰三角形	由(3)已證 & 兩腰等長為等腰三角形

習題 2.3-4

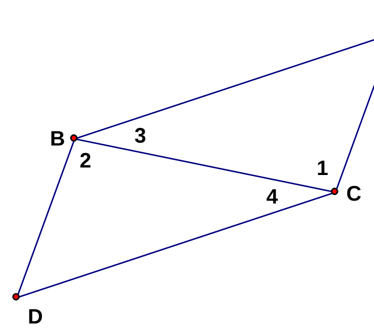


圖 2.3-13

已知：圖 2.3-13 中，∠1＝∠2，∠3＝∠4

試證：$\overline{AB}=\overline{DC}$

想法：(1) 若可證得△ABC ≅ △DCB，即可得知$\overline{AB}=\overline{DC}$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△DCB 中	如圖 2.3-13 所示
∠1＝∠2	已知∠1＝∠2
$\overline{BC}=\overline{CB}$	共同邊
∠3＝∠4	已知∠3＝∠4
(2) △ABC ≅ △DCB	由(1) A.S.A.三角形全等定理
(3) $\overline{AB}=\overline{DC}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.3-5

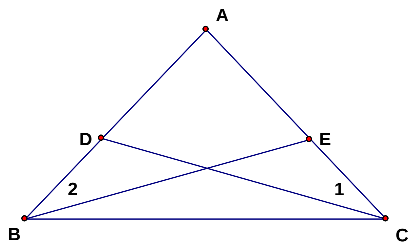


圖 2.3-14

已知：圖 2.3-14 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\angle 1=\angle 2$

求證：$\overline{BE}=\overline{CD}$

想法：(1) 若可證得△ABE ≅ △ACD，即可得知$\overline{BE}=\overline{CD}$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABE 與△ACD 中	如圖 2.3-14 所示
$\angle 1=\angle 2$	已知$\angle 1=\angle 2$
$\overline{AB}=\overline{AC}$	已知$\overline{AB}=\overline{AC}$
$\angle A=\angle A$	共同角
(2) △ABE ≅ △ACD	由(1) A.S.A.三角形全等定理
(3) $\overline{BE}=\overline{CD}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.3-6

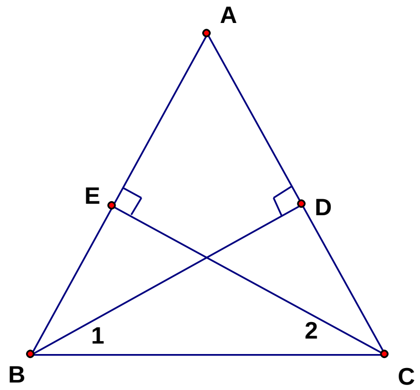


圖 2.3-15

已知： 圖 2.3-15 中，$\overline{CE}\perp\overline{AB}$，$\overline{BD}\perp\overline{AC}$，$\overline{AD}=\overline{AE}$

試證： $\triangle AEC \cong \triangle ADB$

想法： 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△AEC 與△ADB 中	如圖 2.3-15 所示
$\angle AEC=\angle ADB=90°$	已知$\overline{CE}\perp\overline{AB}$，$\overline{BD}\perp\overline{AC}$
$\overline{AE}=\overline{AD}$	已知$\overline{AD}=\overline{AE}$
$\angle A=\angle A$	共同角
(2) $\triangle AEC \cong \triangle ADB$	由(1)　A.S.A.三角形全等定理

習題 2.3-7

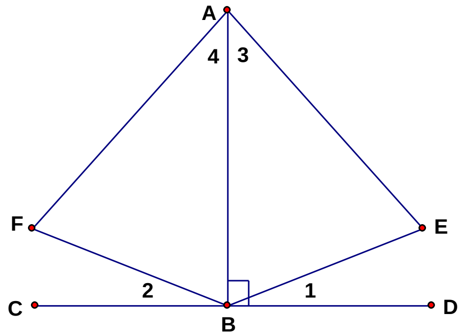


圖 2.3-16

已知：圖 2.3-16 中，$\overline{AB} \perp \overline{CD}$，$\angle 1 = \angle 2$，$\angle 3 = \angle 4$

試證：$\overline{BE} = \overline{BF}$

想法：(1) 若可證得△ABE ≅ △ABF，即可得知$\overline{BE} = \overline{BF}$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) $\angle ABC = \angle ABD = 90°$	已知$\overline{AB} \perp \overline{CD}$
(2) $\angle ABE = \angle ABD - \angle 1$	如圖 2.3-16 所示
(3) $\angle ABF = \angle ABC - \angle 2$	如圖 2.3-16 所示
$= \angle ABD - \angle 1$	將(1) $\angle ABC = \angle ABD$ & 已知$\angle 2 = \angle 1$ 代入
$= \angle ABE$	由(2) $\angle ABD - \angle 1 = \angle ABE$
(4) 在△ABE 與△ABF 中	如圖 2.3-16 所示
$\angle ABE = \angle ABF$	由(3) 已證
$\overline{AB} = \overline{AB}$	共同邊
$\angle 3 = \angle 4$	已知$\angle 3 = \angle 4$
(5) △ABE ≅ △ABF	由(4) A.S.A.三角形全等定理
(6) $\overline{BE} = \overline{BF}$	由(5) 對應邊相等

習題 2.4

習題 2.4-1

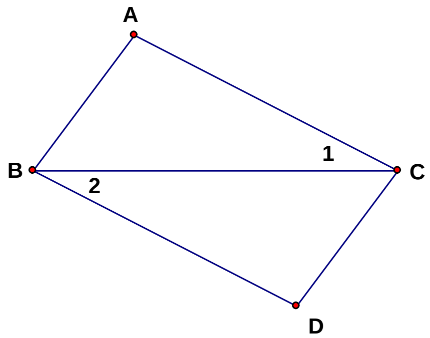


圖 2.4-11

已知：圖 2.4-11 中，$\overline{AB}=\overline{DC}$，$\overline{AC}=\overline{BD}$

求證：$\angle 1=\angle 2$

想法：(1) 若可證得△ABC ≅ △DCB，即可得知∠1＝∠2

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△DCB 中	如圖 2.4-11
$\overline{AB}=\overline{DC}$	已知$\overline{AB}=\overline{DC}$
$\overline{AC}=\overline{DB}$	已知$\overline{AC}=\overline{BD}$
$\overline{BC}=\overline{CB}$	共同邊
(2) △ABC ≅ △DCB	由(1) S.S.S.三角形全等定理
(3) ∠1＝∠2	由(2) 對應角相等

習題 2.4-2

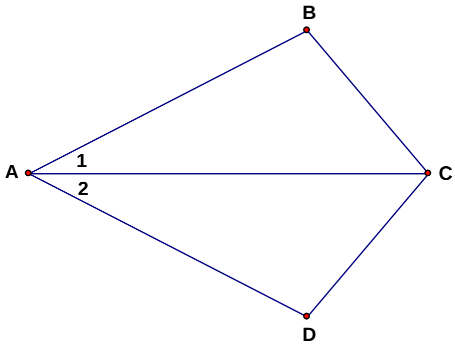


圖 2.4-12

已知：圖 2.4-12 中，$\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{BC}=\overline{DC}$

求證：$\angle 1=\angle 2$

想法：(1) 若可證得△ABC ≅ △ADC，即可得知$\angle 1=\angle 2$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△ADC 中	如圖 2.4-12
$\overline{AB}=\overline{AD}$	已知$\overline{AB}=\overline{AD}$
$\overline{BC}=\overline{DC}$	已知$\overline{BC}=\overline{DC}$
$\overline{AC}=\overline{AC}$	共同邊
(2) △ABC ≅ △ADC	由(1) S.S.S.三角形全等定理
(3) $\angle 1=\angle 2$	由(2) 對應角相等

習題 2.4-3

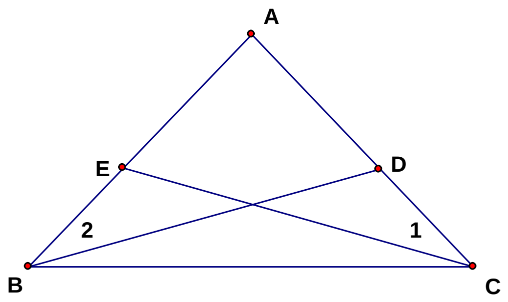


圖 2.4-13

已知：圖 2.4-13 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{AD}=\overline{AE}$，$\overline{BD}=\overline{CE}$

求證：$\angle 1=\angle 2$

想法：(1) 若可證得△ABD ≅ △ACE，即可得知$\angle 1=\angle 2$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABD 與△ACE 中	如圖 2.4-13
$\overline{AB}=\overline{AC}$	已知$\overline{AB}=\overline{AC}$
$\overline{AD}=\overline{AE}$	已知$\overline{AD}=\overline{AE}$
$\overline{BD}=\overline{CE}$	已知$\overline{BD}=\overline{CE}$
(2) △ABD ≅ △ACE	由(1) S.S.S.三角形全等定理
(3) $\angle 1=\angle 2$	由(2) 對應角相等

習題 2.4-4

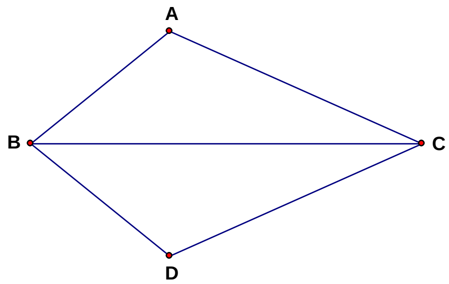


圖 2.4-14

已知：圖 2.4-14 中，$\overline{AB}=\overline{BD}$，$\overline{AC}=\overline{CD}$

求證：$\angle A=\angle D$

想法：(1) 若可證得△ABC ≅ △DBC，即可得知∠A＝∠D

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△DBC 中	如圖 2.4-14
$\overline{AB}=\overline{DB}$	已知$\overline{AB}=\overline{BD}$
$\overline{AC}=\overline{DC}$	已知$\overline{AC}=\overline{CD}$
$\overline{BC}=\overline{BC}$	共同邊
(2) △ABC ≅ △DBC	由(1) S.S.S.三角形全等定理
(3) ∠A＝∠D	由(2) 對應角相等

習題 2.4-5

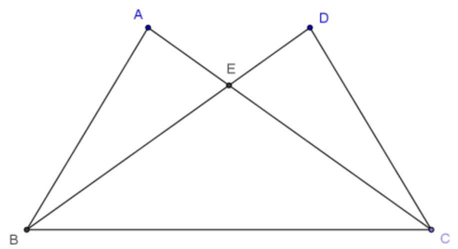


圖 2.4-15

已知：圖 2.4-15 中，$\overline{AB}=\overline{CD}$，$\overline{AC}=\overline{BD}$

求證：∠ACB＝∠DBC

想法：(1) 若可證得△ABC ≅ △DCB，即可得知∠ACB＝∠DBC

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△DCB 中	如圖 2.4-15
$\overline{AB}=\overline{DC}$	已知$\overline{AB}=\overline{CD}$
$\overline{AC}=\overline{DB}$	已知$\overline{AC}=\overline{BD}$
$\overline{BC}=\overline{CB}$	共同邊
(2) △ABC ≅ △DCB	由(1) S.S.S.三角形全等定理
(3) ∠ACB＝∠DBC	由(2) 對應角相等

習題 2.4-6

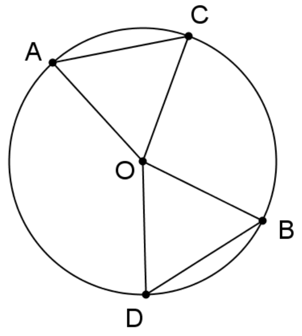


圖 2.4-16

已知：圖 2.4-16 中，圓 O 上有 A、B、C、D 四點，若$\overline{AC}=\overline{BD}$。

求證：$\angle$AOC＝$\angle$DOB

想法：(1) 若可證得△AOC ≅ △DOB，即可得知$\angle$AOC＝$\angle$DOB

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△AOC 與△DOB 中	如圖 2.4-16
$\overline{OA}=\overline{OD}$	已知$\overline{OA}=\overline{OD}$ 圓半徑等長
$\overline{OC}=\overline{OB}$	已知$\overline{OC}=\overline{OB}$ 圓半徑等長
$\overline{AC}=\overline{DB}$	已知$\overline{AC}=\overline{BD}$
(2) △AOC ≅ △DOB	由(1) S.S.S.三角形全等定理
(3) $\angle$AOC＝$\angle$DOB	由(2) 對應角相等

習題 2.4-7

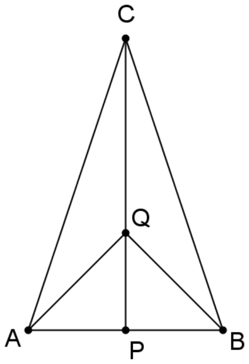


圖 2.4-17

已知：圖 2.4-17，△ABC 中，$\overline{CP}$是$\overline{AB}$的垂直平分線。

求證：△ACQ ≅ △BCQ

想法：(1) 中垂線上任一點到線段的兩端點等距離(例題 2.2-7 已證)

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S.三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在△ACQ 與△BCQ 中	如圖 2.4-17
$\overline{CA}=\overline{CB}$	已知$\overline{CP}$是$\overline{AB}$的垂直平分線 & 中垂線性質
$\overline{QA}=\overline{QB}$	已知$\overline{QP}$是$\overline{AB}$的垂直平分線 & 中垂線性質
$\overline{CQ}=\overline{CQ}$	共同邊
(2) △ACQ ≅ △BCQ	由(1) S.S.S.三角形全等定理

習題 2-5

習題 2.5-1

下列哪一組不能成為三角形的三邊長？

(A) $\sqrt{2}$，1，1　(B) 1，2，$\sqrt{3}$　(C) 2，5，2　(D) 0.6，0.9，1.4

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(A) $\sqrt{2}$，1，1 可作為三角形的三邊長	$1+1>\sqrt{2}>1-1$ $\sqrt{2}+1>1>\sqrt{2}-1$ $\sqrt{2}+1>1>\sqrt{2}-1$
(B) 1，2，$\sqrt{3}$ 可作為三角形的三邊長	$2+1>\sqrt{3}>2-1$ $\sqrt{3}+1>2>\sqrt{3}-1$ $2+\sqrt{3}>1>2-\sqrt{3}$
(C) 2，5，2 不可作為三角形的三邊長	$2+2<5$
(D) 0.6，0.9，1.4 可作為三角形的三邊長	$0.9+0.6>1.4>0.9-0.6$ $1.4+0.6>0.9>1.4-0.6$ $1.4+0.9>0.6>1.4-0.9$
所以本題答案選(C)　2，5，2	

習題 2.5-2

已知某三角形的三邊長分別為 $x+4$、5 與 9，則 x 的範圍為____________。

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) $9+5>x+4>9-5$	$x+4$、5 與 9 為三角形的三邊長
(2) $10>x>0$	由(1)

習題 2.5-3

已知三角形的三邊長分別是 6 公分、10 公分、a 公分。若 a 是整數，則滿足此條件的 a，共有多少個？

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) $10+6>a>10-6$	6 公分、10 公分、a 公分為三角形的三邊長
(2) $16>a>4$	由(1)
(3) a＝5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15 共 11 個	已知 a 是整數

習題 2.5-4

如圖 2.5-26，用四支螺絲將四條不可彎曲的木條圍成一個木框，不計螺絲大小，其中相鄰兩螺絲的距離依序為 4、5、7、10，且相鄰兩木條的夾角均可調整。若調整木條的夾角時不破壞此木框，則任兩螺絲的最大距離為______。

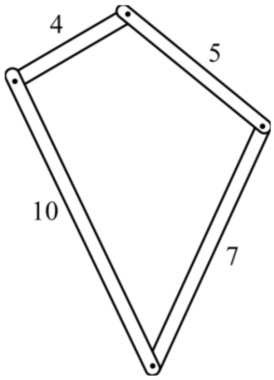
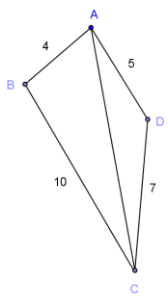
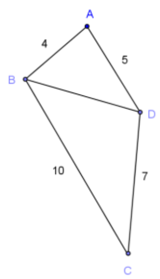


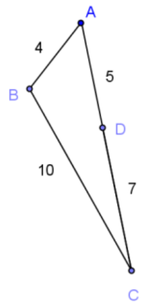
圖 2.5-26

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
我們將情形分為圖 2.5-26(a)與圖 2.5-26(b)兩種情況來做討論	 **圖 2.5-26(a)**  **圖 2.5-26(b)**
(1) 如圖 2.5-26(a)所示，△ABC 中，	
$10+4>\overline{AC}>10-4$	三角形任兩邊和大於第三邊
$14>\overline{AC}>6$	三角形任兩邊差小於第三邊
(2) 如圖 2.5-26(a)所示，△ADC 中，	
$7+5>\overline{AC}>7-5$	三角形任兩邊和大於第三邊
$12>\overline{AC}>2$	三角形任兩邊差小於第三邊
(3) 所以圖 2.5-26(a)中，$12>\overline{AC}>6$	由(1) & (2)求交集
(4) 如圖 2.5-26(b)所示，△ABD 中，	
$5+4>\overline{BD}>5-4$	三角形任兩邊和大於第三邊
$9>\overline{BD}>1$	三角形任兩邊差小於第三邊

(5) 如圖 2.5-26(b)所示，△CBD 中， $10+7>\overline{BD}>10-7$ $17>\overline{BD}>3$	 三角形任兩邊和大於第三邊 三角形任兩邊差小於第三邊
(6) 所以圖 2.5-26(b)中，$9>\overline{BD}>3$	由(4) & (5)求共同範圍
(7) 所以當 A、D、C 三點共線時， $\overline{ADC}=12$ 為兩螺絲間的最大距離	由(3) & (6) 其中 12 為最大值， 如圖 2.5-26(c)所示  **圖 2.5-26(c)**

習題 2.5-5

如圖 2.5-27 所示，已知$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=30$，$\overline{AC}$與$\overline{BD}$為對角線，求$\overline{AC}+\overline{BD}$之範圍。

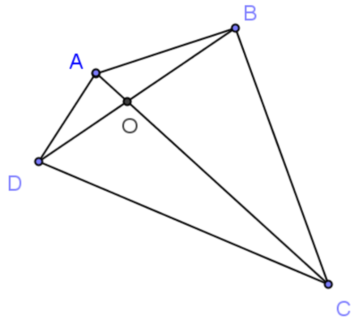


圖 2.5-27

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) △ABD 中， $\overline{AB}+\overline{DA}>\overline{BD}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(2) △ACD 中， $\overline{CD}+\overline{DA}>\overline{AC}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(3) △BCD 中， $\overline{CD}+\overline{BC}>\overline{BD}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(4) △ABC 中， $\overline{BC}+\overline{AB}>\overline{AC}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(5) $2(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA})>2(\overline{AC}+\overline{BD})$	由(1)式＋(2)式＋(3)式＋(4)式
(6) 所以$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}>\overline{AC}+\overline{BD}$ (即 $30>\overline{AC}+\overline{BD}$)	由(5) 等量除法公理 (已知$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=30$)
(7) △AOB 中， $\overline{OA}+\overline{OB}>\overline{AB}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(8) △AOD 中， $\overline{OA}+\overline{OD}>\overline{DA}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(9) △COD 中， $\overline{OC}+\overline{OD}>\overline{CD}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊

(10) $\triangle$COB 中， $\overline{OC}+\overline{OB}>\overline{BC}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(11) $2(\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}+\overline{OD})$ $>\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=30$	由(7)式＋(8)式＋(9)式＋(10)式 將已知$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=30$代入
(12) $\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}+\overline{OD}>\frac{1}{2}\times 30=15$	由(11) 等量除法公理
(13) 所以$(\overline{OA}+\overline{OC})+(\overline{OB}+\overline{OD})>15$ (即$\overline{AC}+\overline{BD}>15$)	由(12)加法交換律 & $(\overline{OA}+\overline{OC}=\overline{AC}$、$\overline{OB}+\overline{OD}=\overline{BD})$
(14) $30>\overline{AC}+\overline{BD}>15$	由(6) $30>\overline{AC}+\overline{BD}$ & (13) $\overline{AC}+\overline{BD}>15$ 求共同範圍

習題 2.5-6

如圖 2.5-28，已知$\overline{AB}=10$，$\overline{AC}=14$，$\overline{CD}=9$，$\overline{BD}=7$，$\overline{AD}=x$，則 x 的範圍為？

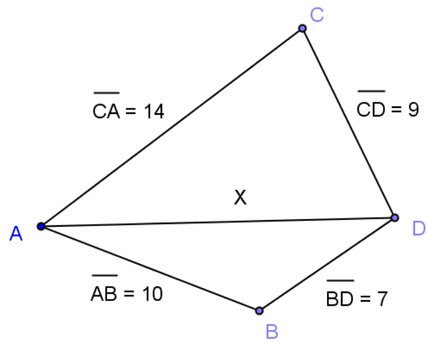


圖 2.5-28

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) △ACD 中， $\overline{AC}+\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC}-\overline{CD}$ $14+9 > x > 14-9$ $23 > x > 5$	如圖 2.5-28 所示 三角形兩邊和大於第三邊、兩邊差小於第三邊 將已知$\overline{AC}=14$，$\overline{CD}=9$，$\overline{AD}=x$ 代入
(2) △ABD 中， $\overline{AB}+\overline{BD} > \overline{AD} > \overline{AB}-\overline{BD}$ $10+7 > x > 10-7$ $17 > x > 3$	如圖 2.5-28 所示 三角形兩邊和大於第三邊、兩邊差小於第三邊 將已知$\overline{AB}=10$，$\overline{BD}=7$，$\overline{AD}=x$ 代入
(3) 所以 $17 > x > 5$	由(2) & (3)求共同範圍

習題 2.5-7：

如圖 2.5-29，△ABC 中，C、D 在$\overline{BE}$上，F 在$\overline{AC}$上，G 在$\overline{FD}$上。求∠1 和∠B 的大小關係。

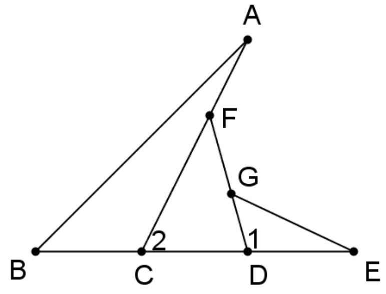


圖 2.5-29

想法：三角形的外角大於任一內對角

解：

敘述	理由
(1) △CDF 中，∠1＞∠2	三角形的外角大於任一內對角定理
(2) △ABC 中，∠2＞∠B	三角形的外角大於任一內對角定理
(3) ∠1＞∠B	由(1)＆(2)遞移律

習題 2.5-8：

如圖 2.5-30，試比較∠P、∠Q、∠R 的大小關係。

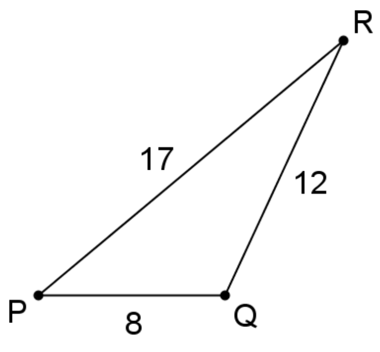


圖 2.5-30

想法：三角形大邊對大角定理

解：

敘述	理由
(1) ∠Q＞∠P＞∠R	如圖 2.5-30 所示， $\overline{PR} > \overline{QR} > \overline{PQ}$，大邊對大角定理

習題 2.5-9：

如圖 2.5-31，△ABC 中，$\overline{AB}$＝9，$\overline{BC}$＝9，$\overline{AC}$＝10，則△ABC 的最大角是________。

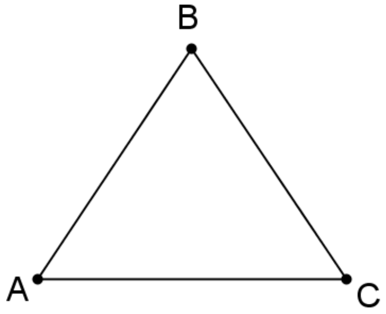


圖 2.5-31

想法：三角形大邊對大角定理

解：

敘述	理由
(1) ∠A＝∠C	已知 $\overline{AB}=\overline{BC}=9$
(2) ∠B＞∠A＝∠C	已知 $\overline{AC}>\overline{AB}=\overline{BC}$，大邊對大角定理
(3) 最大角為∠B	由(2)

習題 2.5-10

△ABC 中，已知∠A＝70°，∠B＝40°，∠C＝70°則下列四個選項中，哪一個是正確的？

(A) $\overline{AB}>\overline{AC}$　(B) $\overline{AB}>\overline{BC}$　(C) $\overline{AC}=\overline{BC}$　(D) $\overline{AB}=\overline{AC}$

想法：三角形大角對大邊定理

解：

敘述	理由
(1) △ABC 中，∠A＝∠C＞∠B	已知∠A＝70°，∠B＝40°，∠C＝70°
(2) $\overline{BC}=\overline{AB}>\overline{AC}$	由(1) 三角形大角對大邊定理
(3) 所以答案選(A) $\overline{AB}>\overline{AC}$	由(2)

習題 2.5-11

△ABC 中，若$\overline{AB}$＝10，$\overline{AC}$＝4，且∠A 為最大角，則 $\overline{BC}$可能為多少？
(A) 8　(B) 10　(C) 12　(D) 14

想法：(1) 三角形大角對大邊定理

(2) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(3) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) △ABC 中，$\overline{BC}$為最大邊	已知∠A 為最大角＆三角形大角對大邊定理
(2) $\overline{BC} > 10$	由(1) ＆ 已知$\overline{AB}$＝10，$\overline{AC}$＝4
(3) $10+4 > \overline{BC} > 10-4$ $14 > \overline{BC} > 6$	三角形任意兩邊長的和大於第三邊 ＆ 三角形任意兩邊長的差小於第三邊
(4) 所以 $14 > \overline{BC} > 10$	由(2) ＆ (3)求共同範圍

習題 2.5-12

△ABC 中，∠A 的外角＜∠B 的外角＜∠C 的外角，則下列何者正確？
(A) $\overline{BC}>\overline{AC}>\overline{AB}$　(B) $\overline{AB}>\overline{AC}>\overline{BC}$
(C) $\overline{BC}>\overline{AB}>\overline{AC}$　(D) $\overline{AC}>\overline{AB}>\overline{BC}$

想法：(1) 外角定義

(2) 三角形大角對大邊定理

解：

敘述	理由
(1) △ABC 中，∠A > ∠B > ∠C	已知∠A 的外角＜∠B 的外角＜∠C 的外角 外角定義
(2) $\overline{BC}>\overline{AC}>\overline{AB}$	由(1) ＆ 三角形大角對大邊定理
(3) 答案選(A) $\overline{BC}>\overline{AC}>\overline{AB}$	由(2)

習題 2.5-13

如圖 2.5-32，O 為圓心，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$為圓上兩條弦，若∠AOB＜∠COD，試比較$\overline{AB}$與$\overline{CD}$的大小。

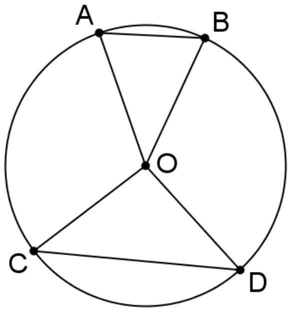


圖 2.5-32

想法：(1) 因為圓的半徑相等，△AOB 與△COD 中，$\overline{OA}=\overline{OC}$、$\overline{OB}=\overline{OD}$；

(2) 所以利用樞紐定理，可比較出$\overline{AB}$與$\overline{CD}$的大小

解：

敘述	理由
(1) △AOB 與△COD 中， $\overline{OA}=\overline{OC}$、$\overline{OB}=\overline{OD}$ ∠AOB＜∠COD	如圖 2.5-32 所示 圓半徑皆相等 已知∠AOB＜∠COD
(2) $\overline{AB} < \overline{CD}$	由(1) ＆ 樞紐定理

習題 2.5-14：

如圖 2.5-33，O 為圓心，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$為圓上兩條弦，若$\overline{AB}$＝5、$\overline{CD}$＝10，試比較∠AOB 與∠COD 的大小。

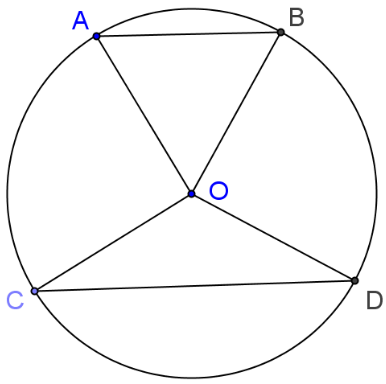


圖 2.5-33

想法：(1) 因為圓的半徑相等，△AOB 與△COD 中，$\overline{OA}$＝$\overline{OC}$、$\overline{OB}$＝$\overline{OD}$；

(2) 所以利用逆樞紐定理，可比較出∠AOB 與∠COD 的大小

解：

敘述	理由
(1) 在△AOB 與△COD 中， $\overline{OA}=\overline{OC}$、$\overline{OB}=\overline{OD}$ 且$\overline{AB}<\overline{CD}$	如圖 2.5-33 $\overline{OA}$、$\overline{OC}$、$\overline{OB}$、$\overline{OD}$為半徑 已知$\overline{AB}$＝5、$\overline{CD}$＝10
(2) ∠AOB＜∠COD	由(1) ＆ 逆樞紐定理

進階思考題

1： 已知△ABC ≅ △PQR，若$\overline{AB}$＝x＋4，$\overline{AC}$＝2x－2，$\overline{PQ}$＝3y＋1，$\overline{PR}$＝y＋7，$\overline{BC}$＝12，則△PQR 的三邊和為多少？

想法： 全等三角形之對應邊相等

解：

敘述	理由
(1) △ABC ≅ △PQR $\overline{AB}$＝$\overline{PQ}$ x＋4＝3y＋1	已知 對應邊相等 將已知$\overline{AB}$＝x＋4，$\overline{PQ}$＝3y＋1 代入
(2) △ABC ≅ △PQR $\overline{AC}$＝$\overline{PR}$ 2x－2＝y＋7	已知 對應邊相等 將已知$\overline{AC}$＝2x－2，$\overline{PR}$＝y＋7 代入
(3) x＝6 且 y＝3	由(1) & (2)解二元一次聯立方程式
(4) $\overline{PQ}$＝3y＋1＝3×3＋1＝10 $\overline{PR}$＝y＋7＝3＋7＝10	將(3) y＝3 代入已知$\overline{PQ}$＝3y＋1 將(3) y＝3 代入已知$\overline{PR}$＝y＋7
(5) △ABC ≅ △PQR $\overline{QR}$＝$\overline{BC}$＝12	已知 對應邊相等 & 已知$\overline{BC}$＝12
(6) △PQR 的三邊和為 $\overline{PQ}$＋$\overline{PR}$＋$\overline{QR}$ ＝10＋10＋12＝32	△PQR 的三邊和為$\overline{PQ}$＋$\overline{PR}$＋$\overline{QR}$ 將(4) & (5) 代入

2：有一個等腰三角形的兩邊是 8 和 13，則：

(1) 第三邊長的長度為____________。

(2) 若此三角形的三邊和為偶數，則第三邊長為____________。

想法：(1) 等腰三角形兩腰相等

(2) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(3) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) 若此等腰三角形的腰為 8， 則三邊為 8、8 和 13	假設 假設腰為 8 ＆ 已知另兩邊為 8 和 13
(2) 8、8 和 13 可為等腰三角形三邊長	8＋8＞13 ＞8－8 13＋8＞8＞13－8
(3) 若此等腰三角形的腰為 13， 則三邊為 13、13 和 8	假設 假設腰為 13 ＆ 已知另兩邊為 8 和 13
(4) 13、13 和 8 可為等腰三角形三邊長	13＋13＞8 ＞13－13 13＋8＞13＞13－8
(5) 所以此等腰三角形的第三邊長為 8 或 13	由(2) ＆ (4)
(6) 若三邊為 8、8 和 13， 則三邊和為 8＋8＋13＝29 為奇數	由(2) 基本加法
(7) 若三邊為 13、13 和 8， 則三邊和為 13＋13＋8＝34 為偶數	由(4) 基本加法
(8) 若此三角形的三邊和為偶數， 則第三邊長為 13	題目條件限制 由(7)

3：有一個三角形的三邊長成等差數列且皆為整數，已知最小邊長為 2，則此三角形的三邊長為____________________________。

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) 假設此三角形另外兩邊長為 (2＋d)、(2＋2d)；其中 d 為正整數 此三角形三邊長為 2、(2＋d)、(2＋2d)	已知三角形的三邊長成等差數列且皆為整數，且最小邊長為 2
(2) (2＋2d)＋(2＋d) ＞2＞(2＋2d)－(2＋d) 其中 d 為正整數	三角形兩邊長的和大於第三邊 三角形兩邊長的差小於第三邊
(3) 3d＋4＞2＞d ；其中 d 為正整數	由(2)化簡
(4) 3d＋4＞2 且 2＞d ；其中 d 為正整數	由(3)化簡
(5) $2>d>-\frac{2}{3}$ ；其中 d 為正整數	由(4)化簡
(6) d＝1	由(5)
(7) 此三角形三邊長為 2、3、4	將(6)代入(1)

4：已知某三角形的三邊長為 5、12、3x＋2，則下列何者<u>不可能</u>為 x 的值

(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) $12+5>3x+2>12-5$	已知三角形的三邊長為 5、12、3x＋2 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊
(2) $17>3x+2>7$	由(1)化簡
(3) $15>3x>5$	由(2)化簡
(4) $5>x>\frac{5}{3}$	由(3)化簡
(5) 所以 x 不可能為 5，答案選(D) 5	由(4)

5：已知三角形的三邊長皆不相等，且皆為整數。若三邊之和為 11 公分，則滿足此條件的三角形邊長，分別是多少公分？

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) 假設三角形的三邊長為 a、b、c 其中 a≠b≠c；a、b、c 皆為正整數 且 a＋b＋c＝11	假設 已知三邊長皆不相等，且皆為整數 已知三邊之和為 11
(2) 滿足(1)條件的 a、b、c 如下表所示	由(1)
(3) 檢查第一種情況，a＝1、b＝2、c＝8 所以 a＝1、b＝2、c＝8 不符合條件	由(2) 1＋2＜8；不符合兩邊和大於第三邊
(4) 檢查第二種情況，a＝1、b＝3、c＝7 所以 a＝1、b＝3、c＝7 不符合條件	由(2) 1＋3＜7；不符合兩邊和大於第三邊
(5) 檢查第三種情況，a＝1、b＝4、c＝6 所以 a＝1、b＝4、c＝6 不符合條件	由(2) 1＋4＜6；不符合兩邊和大於第三邊
(6) 檢查第四種情況，a＝2、b＝3、c＝6 所以 a＝2、b＝3、c＝6 不符合條件	由(2) 2＋3＜6；不符合兩邊和大於第三邊
(7) 檢查第五種情況，a＝2、b＝4、c＝5 所以 a＝2、b＝4、c＝5 符合以下條件 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊	由(2) 4＋2＞5＞4－2 5＋2＞4＞5－2 5＋4＞2＞5－4
(8) 所以此三角形的三邊長分別為 2 公分、4 公分、5 公分。	由(7)

Table for step (2):

a	1	1	1	2	2
b	2	3	4	3	4
c	8	7	6	6	5

6：阿義拿 21 根竹筷排各種不全等的三角形，每次 21 根全部用完，則：

(1) 共可排出幾種不同的三角形？

(2) 承(1)，其中等腰三角形有幾種？

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) 假設三角形的三邊長為 a 根、b 根、c 根 其中 a、b、c 皆為正整數 且 a＋b＋c＝21	假設 已知三邊長皆為整數根 已知每次 21 根全部用完
(2) 滿足(1)條件的 a、b、c 如下表(一~五)	由(1)

(表一)

a	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10

(表二)

a	2	2	2	2	2	2	2	2
b	2	3	4	5	6	7	8	9
c	17	16	15	14	13	12	11	10

(表三)

a	3	3	3	3	3	3	3
b	3	4	5	6	7	8	9
c	15	14	13	12	11	10	9

(表四)

a	4	4	4	4	4
b	4	5	6	7	8
c	13	12	11	10	9

(表五)

a	5	5	5	5	6	6	7
b	5	6	7	8	6	7	7
c	11	10	9	8	9	8	7

(3) 表一中只有 $a=1$、$b=10$、$c=10$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 1 根、10 根、10 根可排成三角形

逐一檢查表一
$10+1>10>10-1$
$10+10>1>10-10$

(4) 表二中只有 $a=2$、$b=9$、$c=10$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 2 根、9 根、10 根可排成三角形

逐一檢查表二
$10+9>2>10-9$
$10+2>9>10-2$
$9+2>10>9-2$

(5) 表三中有 $a=3$、$b=8$、$c=10$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 3 根、8 根、10 根可排成三角形

逐一檢查表三
$10+8>3>10-8$
$10+3>8>10-3$
$8+3>10>8-3$

(6) 表三中有 $a=3$、$b=9$、$c=9$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 3 根、9 根、9 根可排成三角形

逐一檢查表三
$9+9>3>9-9$
$9+3>9>9-3$

(7) 表四中有 $a=4$、$b=7$、$c=10$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 4 根、7 根、10 根可排成三角形

逐一檢查表四
$7+4>10>7-4$
$10+7>4>10-7$
$10+4>7>10-4$

(8) 表四中有 $a=4$、$b=8$、$c=9$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 4 根、8 根、9 根可排成三角形

逐一檢查表四
$9+8>4>9-8$
$9+4>8>9-4$
$8+4>9>8-4$

(9) 表五中有 $a=5$、$b=6$、$c=10$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 5 根、6 根、10 根可排成三角形

逐一檢查表五
$6+5>10>6-5$
$10+5>6>10-5$
$10+6>5>10-6$

(10) 表五中有 a＝5、b＝7、c＝9 符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以 5 根、7 根、9 根可排成三角形	逐一檢查表五 7＋5＞9＞7－5 9＋5＞7＞9－5 9＋7＞5＞9－7
(11) 表五中有 a＝5、b＝8、c＝8 符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以 5 根、8 根、8 根可排成三角形	逐一檢查表五 8＋5＞8＞8－5 8＋8＞5＞8－8
(12) 表五中有 a＝6、b＝6、c＝9 符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以 6 根、6 根、9 根可排成三角形	逐一檢查表五 6＋6＞9＞6－6 9＋6＞6＞9－6
(13) 表五中有 a＝6、b＝7、c＝8 符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以 6 根、7 根、8 根可排成三角形	逐一檢查表五 7＋6＞8＞7－6 8＋6＞7＞8－6 8＋7＞6＞8－7
(14) 表五中有 a＝7、b＝7、c＝7 符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以 7 根、7 根、7 根可排成三角形	逐一檢查表五 7＋7＞7＞7－7
(15) 所以 21 根竹筷共可排出 12 種三角形	由(3)~(14)
(16) 其中有 5 種等腰三角形	由(3)(6)(11)(12)(14)

7： 如圖 2.1，ABCD 為長方形，P、Q、M 為$\overline{AD}$上異於 A、D 的點，其中 M 為$\overline{AD}$的中點，則△BPC 三邊和、△BQC 三邊和、△BMC 三邊和的大小關係為何？

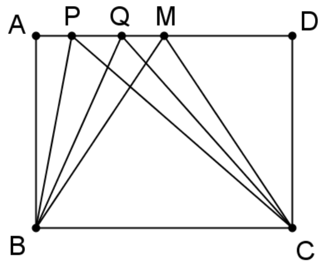


圖 2.1

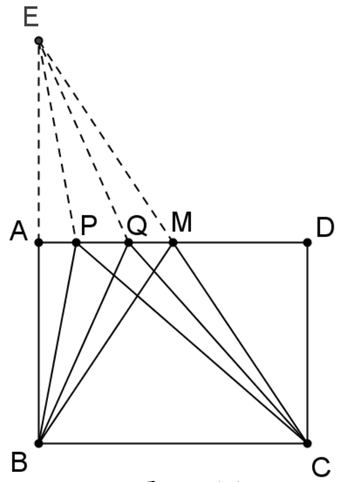
想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

(3) 判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S.三角形全等定理

解：

敘述	理由
(1) 延長$\overline{BA}$與$\overline{CM}$，且兩線交於 E 點 連接$\overline{PE}$、$\overline{QE}$，如圖 2.1(a)	兩條不互相平行的直線必相交於一點； 兩點可決定一直線。  **圖 2.1(a)**
(2) 在△AME 與△DMC 中， $\angle EAM = \angle CDM = 90°$ $\overline{AM} = \overline{DM}$ $\angle AME = \angle DMC$	如圖 2.1(a)所示 已知 ABCD 為長方形 ＆ (1)作圖 已知 M 為$\overline{AD}$的中點 對頂角相等
(3) 所以$\triangle AME \cong \triangle DMC$	由(2) ＆ A.S.A.三角形全等定理

(4) $\overline{EA}=\overline{CD}$	由(3) 對應邊相等
(5) $\overline{AB}=\overline{CD}$	已知 ABCD 為長方形
(6) 所以$\overline{AB}=\overline{AE}$	由(4)$\overline{AB}=\overline{CD}$ & (5)$\overline{AB}=\overline{CD}$ 遞移律
(7) 在△APB 與△APE 中， $\overline{AB}=\overline{AE}$ $\angle BAP=\angle EAP=90°$ $\overline{AP}=\overline{AP}$	如圖 2.1(a)所示 由(6) $\overline{AB}=\overline{AE}$已證 已知 ABCD 為長方形 共同邊
(8) 所以△APB ≅ △APE	由(7) & S.A.S.三角形全等定理
(9) $\overline{PB}=\overline{PE}$	由(8) 對應邊相等
(10) 同理可證，在△AQE 與△AQB 中， $\overline{QE}=\overline{QB}$	由(7)~(9)
(11) 同理可證，在△AME 與△AMB 中， $\overline{ME}=\overline{MB}$	由(7)~(9)
(12) △EPC 中， $\overline{PE}+\overline{PC}>\overline{QE}+\overline{QC}>\overline{ME}+\overline{MC}$	如圖 2.1(a) Q 為△EPC 內部一點
(13) $\overline{PB}+\overline{PC}>\overline{QB}+\overline{QC}>\overline{MB}+\overline{MC}$	將(9) $\overline{PB}=\overline{PE}$ &(10) $\overline{QE}=\overline{QB}$ & (11) $\overline{ME}=\overline{MB}$代入(12)
(14) $\overline{PB}+\overline{PC}+\overline{BC}>\overline{QB}+\overline{QC}+\overline{BC}>$ $\overline{MB}+\overline{MC}+\overline{BC}$	由(13)同加$\overline{BC}$
(15) 所以△BPC 三邊和＞ △BQC 三邊和＞ △BMC 三邊和	由(14) & △BPC 三邊和＝$\overline{PB}+\overline{PC}+\overline{BC}$； △BQC 三邊和＝$\overline{QB}+\overline{QC}+\overline{BC}$； △BMC 三邊和＝$\overline{MB}+\overline{MC}+\overline{BC}$