**(17) 半角的三角函數**

**半角的三角函數**



△*ABC*中，∠*C*為直角，*D*點在上，且為∠*A*的角平分線。

∠*A＝*θ，∠*CAD*＝

證明

過程：

假設＝1，

，

在上取一點*E*，且⊥。

設＝*x*，則＝1*x*



∵∠*DAC*＝∠*DAE*＝，，∠*ADC*＝∠*ADE*＝90°

∴△*AED*≌△*ACD* (ASA)

∴＝＝*x*

∠*B*＝90°∠*A*＝90°θ

由△*BED*可以看出

∴

…(1)

△*ADC*中

∴…(2)

例1

θ＝60°，求

詳解：

例2

θ＝90°，求

詳解：

我們找到了求的方式，就可以很容易地找到求的方式。



求時我們已經知道

我們已經知道、

所以×＝

=2

我們也可以寫成sin2θ＝2sinθcosθ

例3

θ＝30°，求sin2θ

詳解：

例4

θ＝45°，求sin2θ

詳解：

例5

θ＝15°，求sin2θ

詳解：

之前我們學過

**三角形中角的三角函數**

1.



上圖中，∠*E*＝∠*C*＝90°，＝＝2，==1，求sinθ之值。

詳解：

=，∠*C*＝90°

∴∠*BAC*＝45°

同理∠*DAE*＝45°

∴∠*DAB*＝180°45°45°＝90°

∴

2.



上圖中，=1，=2，==1，求sinθ之值。

詳解：

延長至E點，且⊥



==1，△*ABD*是等腰直角三角形

∠*BAD*＝∠*BDA*＝45°

∠*CDE*＝∠*BDA*＝45° (對頂角相等)

∠*DCE*＝90°5°＝45°

∠*DCE*＝∠*CDE*

∴＝

△*ACE*中

3.



上圖中，∠*BAC＝*θ，∠*BAE*＝α，是的中垂線，將sinα用θ表示。

詳解：

依題意△*ADE*≌△*BDE* (SAS)

∴α＝∠*EBA*＝∠*CBA*＝90°θ

sinα＝sin(90°θ)＝cosθ

4.



上圖中，∠*BCA*＝90°，⊥，∠*BAC*＝θ，∠*BCD*＝α，將sinα用θ表示。

詳解：

△*BCD*中，∠*B*＋∠α＝90°

△*ABC*中，∠*B*＋∠θ＝90°

可知α＝θ

sinα＝sinθ

5.



上圖兩中角形中，∠*C*＝∠*C’*＝90°，求*x*之值。

詳解：

△*ABC*中，…(1)

△*A’B’C’*中

…(2)

由(1)(2)可知

(長度為正數，取正值)

6.



如上圖，*P、Q*兩圓相切，半徑分別為*a*、*b*，*a*<*b*，為*P、Q*的切線，切點分別為*B、C*。求tanθ。

詳解：



從*P*做之平行線，與交於R點。

∠QPR＝θ (同位角相等)

＝*a*＋*b*

＝*b* *a*

7.



如上圖，求*x*之值。

詳解：

*AHC*為30°-60°-90°的直角三角形

故=2*x*

8.



如上圖，求*x*之值。

詳解：

因為∠*DBE*＝45°，