

基測會考模擬練習題(下學期第8周)

(本基測會考練習題為易與中偏易的基測會考題修改而來，旨在提升學生之基本能力，掌握會考基本題目)

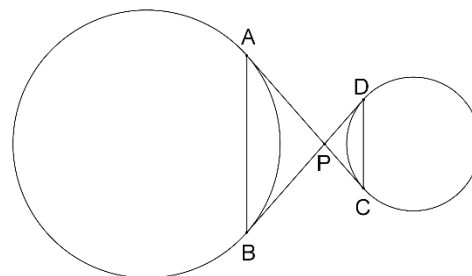
中心：_____

姓名：_____

例題一 如圖(一)， \overline{AB} 、 \overline{CD} 分別為兩圓的弦， \overline{AC} 、 \overline{BD} 為兩圓的公切線且相交於P點。若 $\overline{PC}=2$ ， $\overline{CD}=3$ ， $\overline{DB}=6$ ，則 $\triangle PAB$ 的周長為何？

(97年第一次基本學力測驗選擇題第9題)

- (A) 6
- (B) 9
- (C) 12
- (D) 14



圖(一)



解答：根據題意， \overline{AC} 、 \overline{BD} 為兩圓的公切線且相交於P點：

$\Rightarrow \overline{PA}$ 、 \overline{PB} 為圖(一)中左圓的切線，且 \overline{PC} 、 \overline{PD} 為圖(一)中右圓的切線。

$\Rightarrow \overline{PA}=\overline{PB}$ 且 $\overline{PC}=\overline{PD}$ (圓外一點到此圓的兩切線等長)

$\Rightarrow \overline{PC}=\overline{PD}=2$ (已知 $\overline{PC}=2$)

根據題意， $\overline{DB}=6$ ，且求得 $\overline{PD}=2$ ：

$\Rightarrow \overline{PB}=\overline{DB}-\overline{PD}=6-2=4$

$\Rightarrow \overline{PA}=\overline{PB}=4$

在 $\triangle PAB$ 和 $\triangle PCD$ 中：

$\Rightarrow \angle APB=\angle DPC$ (對頂角相等) 且 $\overline{PA}:\overline{PD}=\overline{PB}:\overline{PC}=2:1$

$\Rightarrow \triangle PAB \sim \triangle PCD$ (S.A.S 相似)

$\Rightarrow \overline{AB}:\overline{DC}=\overline{PA}:\overline{PD}$

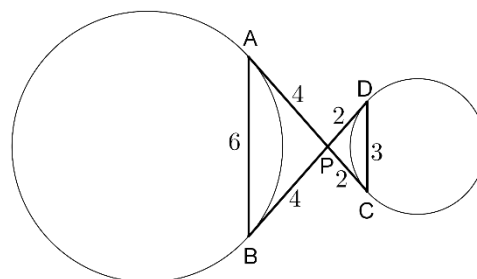
$\Rightarrow \overline{AB}:3=4:2$

$\Rightarrow 2 \times \overline{AB}=3 \times 4$ (比例式外項乘積等於內項乘積)

$\Rightarrow \overline{AB}=6$

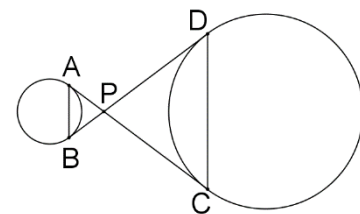
$\Rightarrow \triangle PAB$ 的周長 $=\overline{AB}+\overline{PA}+\overline{PB}=6+4+4=14$

此題答案為(D)選項。



練習一 如圖(二)， \overline{AB} 、 \overline{CD} 分別為兩圓的弦， \overline{AC} 、 \overline{BD} 為兩圓的公切線且相交於P點。若 $\overline{PC}=15$ 公分， $\overline{CD}=18$ 公分， $\overline{AB}=6$ 公分，則 $\triangle PAB$ 的周長為幾公分？

(仿97年第一次基本學力測驗選擇題第9題)

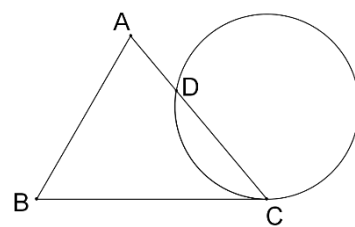


圖(二)

例題二 圖(三)為 $\triangle ABC$ 和一圓的重疊情形，此圓與直線 BC 相切於 C 點，且與 \overline{AC} 交於另一點 D 。若 $\angle A=70^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，則 \widehat{CD} 的度數為何？

(99年第一次基本學力測驗選擇題第13題)

- (A) 50
(B) 60
(C) 100
(D) 120



圖(三)

解答：在 $\triangle ABC$ 中：

$$\Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \text{ (三角形內角和為} 180^\circ \text{)}$$

$$\Rightarrow \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ$$

根據題意，此圓與直線 BC 相切於 C 點，且與 \overline{AC} 交於另一點 D ：

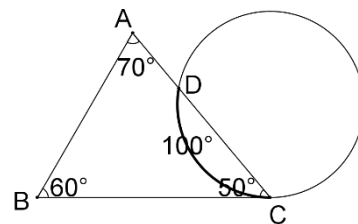
$\Rightarrow \angle C$ 為 \widehat{CD} 所對的弦切角。(弦切角定義)

$$\Rightarrow \angle C = \frac{1}{2} \times \widehat{CD} \text{ (弦切角的度數等於所對弧度的一半)}$$

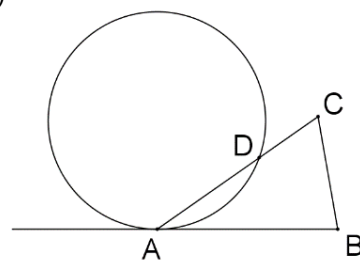
$$\Rightarrow 50^\circ = \frac{1}{2} \times \widehat{CD}$$

$$\Rightarrow \widehat{CD} = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$

此題答案為(C)選項。



練習二 圖(四)為 $\triangle ABC$ 和一圓的重疊情形，此圓與 \overline{BA} 相切於 A 點，且與 \overline{AC} 交於另一點 D 。若 $\angle B=80^\circ$ 、 $\angle C=65^\circ$ ，則 \widehat{AD} 的度數為何？(仿99年第一次基本學力測驗選擇題第13題)



圖(四)

例題三 計算 $\sqrt{147} - \sqrt{75} + \sqrt{27}$ 之值為何？(100年北北基選擇題第4題)

- (A) $5\sqrt{3}$ (B) $33\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{11}$ (D) $9\sqrt{11}$

$$\begin{aligned} \text{解答：} \sqrt{147} - \sqrt{75} + \sqrt{27} &= \sqrt{3 \times 7^2} - \sqrt{3 \times 5^2} + \sqrt{3 \times 3^2} \\ &= 7\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

此題答案為(A)選項。

練習三 計算 $\sqrt{24} + \sqrt{50} - \sqrt{54} - \sqrt{72}$ 之值為何？(仿100年北北基選擇題第4題)



線上解題



線上解題

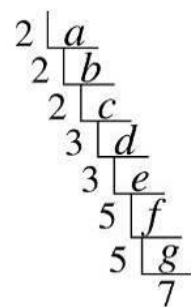
例題四 某生將一正整數 a 分解成質因數相乘，計算過程如圖(五)。則下列哪一個選項是正確的？(90年第二次基本學力測驗選擇題第15題)

(A) $b = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$

(B) $c = 3^2 \times 5^2 \times 7$

(C) $e = 3^2 \times 5^2 \times 7$

(D) $f = 5 \times 7$



圖(五)



線上解題

解答：根據短除法規則：

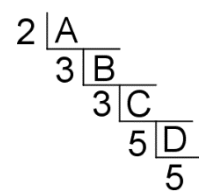
$$\Rightarrow g = 5 \times 7, f = 5 \times 5 \times 7 = 5^2 \times 7, e = 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3 \times 5^2 \times 7,$$

$$d = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7, c = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7,$$

$$b = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7, a = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$$

此題答案為(A)選項。

練習四 某生將一正整數 A 分解成質因數相乘，計算過程如圖(六)。請問 B 之值為何？(仿90年第二次基本學力測驗選擇題第15題)



圖(六)

例題五 若多項式 $33x^2 - 17x - 26$ 可因式分解成 $(ax+b)(cx+d)$ ，其中 a 、 b 、 c 、 d 均為整數，則 $|a+b+c+d|$ 之值為何？(100年第二次基本學力測驗選擇題第25題)

(A) 3 (B) 10 (C) 25 (D) 29

解答： $33x^2 - 17x - 26 = (3x+2)(11x-13) = (3x+2)[11x+(-13)] = [11x+(-13)](3x+2)$

根據題意，多項式 $33x^2 - 17x - 26$ 可因式分解成 $(ax+b)(cx+d)$ ：

$$\Rightarrow a=3, b=2, c=11, d=-13 \text{ 或 } a=11, b=-13, c=3, d=2$$

$$\Rightarrow |a+b+c+d| = |3+2+11+(-13)| = 3 \text{ 或 } |a+b+c+d| = |11+(-13)+3+2| = 3$$

此題答案為(A)選項。

練習五 若多項式 $6x^2 - x - 12$ 可因式分解成 $(ax+b)(cx+d)$ ，其中 a 、 b 、 c 、 d 均為整數，則 $|a+b+c+d|$ 之值為何？(仿100年第二次基本學力測驗選擇題第25題)



線上解題

進階題：

例題六 小華利用自己的生日設計一個四位數的密碼，方法是：分別將月分與日期寫成兩個質數的和，再將此四個質數相乘，所得數字即為密碼(例如，生日若為8月24日，將8寫成3與5的和，24寫成11和13的和，再將3、5、11、13相乘得密碼為2145)。已知小華的密碼為2030，求小華出生在幾月分？



線上解題

(94年第二次基本學力測驗選擇題第29題)

(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 12

解答：根據題意，分別將月分與日期寫成兩個質數的和，再將此四個質數相乘，所得數字即為密碼。且已知小華的密碼為2030：

⇒ 用短除法將2030分解成四個質數的乘積，兩兩組合成月分和日期，即可求得小華的生日。

⇒ $2030 = 2 \times 5 \times 7 \times 29$

⇒ 2030為2、5、7、29等四個質數的乘積。

先檢查日期：

⇒ 每個月有可能28、29、30、31天4種可能。且根據題意，將日期寫成兩個質數的和：

⇒ 在2、5、7、29等四個質數中，挑出兩個質數相加，只有2和29的和符合28、29、30、31天四種可能中的31。

⇒ 日期為 $2 + 29 = 31$ 。

⇒ 2、5、7、29等四個質數，剩下5和7兩個質數。

接著再根據題意，將月分寫成兩個質數的和：

⇒ 月分為 $5 + 7 = 12$

⇒ 小華的生日為12月31日。

此題答案為(D)選項。

練習六 以琳利用自己的生日設計一個四位數的密碼，方法是：分別將月分與日期寫成兩個質數的和，再將此四個質數相乘，所得數字即為密碼(例如，生日若為12月31日，將12寫成5與7的和，31寫成2和29的和，再將5、7、2、29相乘得密碼為2030)。已知以琳的密碼為1430，求以琳的生日為幾月幾日？(仿94年第二次基本學力測驗選擇題第29題)