

國二每周練習題(下學期第7周)

中心：_____

姓名：_____

例題一 座標平面上，求符合下列條件的直線方程式：

- (1) 通過 $A(4,1)$ 、 $B(5,-2)$ 。
- (2) 通過 $C(2,-3)$ 、 $D(-5,-3)$ 。

解：

(1) 觀察後發現兩點 x 、 y 座標均不同，所以假設直線方程式為

$$y = ax + b \dots (1)$$

因直線通過 $A(4,1)$ 、 $B(5,-2)$ ，將其代入(1)式；

$$\text{得到} \begin{cases} 1 = 4a + b \dots (2) \\ -2 = 5a + b \dots (3) \end{cases}$$

(3) - (2)，得到 $(-2) - (1) = (5a + b) - (4a + b)$

$$\Rightarrow -2 - 1 = 5a + b - 4a - b$$

$$\Rightarrow -3 = 5a - 4a + b - b$$

$$\Rightarrow -3 = a, \text{ 代回(2)式}$$

得到 $1 = 4 \cdot (-3) + b$

$$\Rightarrow 1 = -12 + b$$

$\Rightarrow 1 + 12 = b$ ， $b = 13$ ，將 $a = -3$ 、 $b = 13$ 代回(1)式：

得到直線方程式為 $y = -3x + 13$ 。

(2) 觀察後發現兩點 y 座標相同，所以直線方程式為 $y = -3$ 。

答：(1) $y = -3x + 13$ (2) $y = -3$

練習一 座標平面上，求符合下列條件的直線方程式：

- (1) 通過 $A(2,-3)$ 、 $B(6,5)$ 。
- (2) 通過 $C(-3,-2)$ 、 $D(-3,7)$ 。



小提醒：

在座標平面上，通過相異兩點的直線方程式：

- (1) 兩點 x 座標相同：
通過 (p,q) 、 (p,r) 兩點的直線方程式為 $x = p$ 。
- (2) 兩點 y 座標相同：
通過 (p,q) 、 (r,q) 兩點的直線方程式為 $y = q$ 。
- (3) 兩點 x 、 y 座標均不同：
假設直線方程式為 $y = ax + b$ ，其中 a 、 b 為常數，將兩點代入所假設的方程式 $y = ax + b$ ，求出 a 、 b 的值後代回 $y = ax + b$ ，即為所求。

例題二 若多項式 $8x^2 + 10x - 7$ 除以 $ax + b$ 後，得到商式 $2x + 3$ 、餘式 -4 ，求 a 、 b 為何？

解：

根據除法原理：被除式 = 除式 \times 商式 + 餘式；

得到 $8x^2 + 10x - 7 = (ax + b)(2x + 3) + (-4)$

$\Rightarrow 8x^2 + 10x - 7 = (ax + b)(2x + 3) - 4$

$\Rightarrow 8x^2 + 10x - 7 + 4 = (ax + b)(2x + 3)$

$\Rightarrow 8x^2 + 10x - 3 = (ax + b)(2x + 3)$

$\Rightarrow (8x^2 + 10x - 3) \div (2x + 3) = (ax + b)$ (直式計算如右)

$\Rightarrow ax + b = 4x - 1$

$\Rightarrow a = 4$ 、 $b = -1$

$$\begin{array}{r}
 4x-1 \\
 2x+3 \overline{) 8x^2+10x-3} \\
 \underline{8x^2+12x} \\
 -2x-3 \\
 \underline{-2x-3} \\
 0
 \end{array}$$

答： $a = 4$ 、 $b = -1$

小提醒：

利用除法原理：

被除式 = 除式 \times 商式 + 餘式。



練習二 多項式 $x^2 - 12x + 17$ 除以 $ax + b$ 後，得到商式 $x - 2$ 、餘式 -3 ，求 a 、 b 為何？

例題三 求下列各式的解：

(1) $3x + x^2 = 0$

(2) $4x^2 - 25 = 0$

(3) $2x^2 - x - 3 = 0$

解：

(1) $3x + x^2 = 0$

$\Rightarrow 3 \cdot x + x \cdot x = 0$

$\Rightarrow (3 + x) \cdot x = 0$

$\Rightarrow x(x + 3) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ 或 -3

(2) $4x^2 - 25 = 0$

$\Rightarrow 2^2 \cdot x^2 - 5^2 = 0$

$\Rightarrow (2x)^2 - 5^2 = 0$

$\Rightarrow (2x + 5)(2x - 5) = 0$

$\Rightarrow x = -\frac{5}{2}$ 或 $\frac{5}{2}$

(3) $2x^2 - x - 3 = 0$

$$\begin{array}{cc}
 2x & -3 \\
 x & +1 \\
 \hline
 \end{array}$$

$2x \cdot 1 + x \cdot (-3) = 2x - 3x = -x$

$\Rightarrow (2x - 3)(x + 1) = 0$

$\Rightarrow x = \frac{3}{2}$ 或 -1

答：(1) $x = 0$ 或 -3 (2) $x = -\frac{5}{2}$ 或 $\frac{5}{2}$ (3) $x = \frac{3}{2}$ 或 -1

小提醒：

將方程式因式分解後表示成 $A \times B = 0$ 的形式，其中 A 、 B 為多項式，則可得知方程式的解為 $A = 0$ 或 $B = 0$ 。



練習三 求下列各式的解：

(1) $-x^2 + 5x = 0$

(2) $16x^2 - 9 = 0$

(3) $6x^2 - 7x - 3 = 0$

例題四 股票（英語：stock share）是一種有價證券，是股份公司為籌集資金發給投資者作為公司資本部分所有權的憑證，成為股東以此獲得股息(利息)，並分享公司成長或交易市場波動帶來的利潤；但也要共同承擔公司運作錯誤所帶來的風險。



小提醒：
從題目敘述中觀察，再列出關係式。

小蛙投資鴻海集團成為股東之一，在年終分紅時為了分享喜悅，他分了一疊刮刮樂給學生們同樂，若每人分6張，會剩下12張刮刮樂；若每人分7張，刮刮樂就不夠6張。請問學生共有多少人？這疊刮刮樂共有幾張？

解：

假設學生共有 x 人；

若每人分6張，發出的刮刮樂為 $6x$ 張，且剩下12張刮刮樂；

刮刮樂的總數 = 發出去的張數 + 剩下的張數 = $6x + 12$... (1)

若每人分7張，發出的刮刮樂為 $7x$ 張，則刮刮樂就不夠6張；

刮刮樂的總數 = 發出去的張數 - 不夠的張數 = $7x - 6$... (2)

兩種發放的方式刮刮樂總數不變，所以(1)式 = (2)式；

得到 $6x + 12 = 7x - 6$

$$\Rightarrow 6x - 7x = -6 - 12$$

$$\Rightarrow -x = -18$$

$$\Rightarrow x = 18, \text{ 代回(1)式；}$$

得到刮刮樂總數為 $6 \cdot 18 + 12 = 108 + 12 = 120$ 張。

答：學生共18人，刮刮樂共120張

練習四 惠娣小公主和閨密們以及家人一起到郊外露營，若每頂帳篷住3人則有4人沒有帳篷可以休息；若每頂帳篷住4人，就空出1頂帳篷，請問這次去露營的共有多少人？共有多少頂帳篷？



小知識：
閨密
原為閨中密友，形容女性的同性密友，之間具有親密行為但並非同性戀者，近期則不侷限於相同性別，要好的異性朋友也可稱為閨蜜，今日多簡稱為閨蜜或閨密。

例題五 已知一等差數列共11項，其級數和為2019。

- (1) 若將數列每一項都加3，形成一個新數列，則此新數列的級數和為何？
(2) 若將數列每一項都除以3，形成一個新數列，則此新數列的級數和為何？

解：

(1) 假設此數列級數和為 $S_{11} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} + a_{11} = 2019$ ；

將每一項都加3：

$$\begin{aligned} \text{得到新數列 } S_{11}' &= (a_1 + 3) + (a_2 + 3) + (a_3 + 3) + \dots + (a_{10} + 3) + (a_{11} + 3) \\ &= a_1 + 3 + a_2 + 3 + a_3 + 3 + \dots + a_{10} + 3 + a_{11} + 3 \\ &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} + \underbrace{3 + 3 + \dots + 3}_{11\text{個}} \\ &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} + 3 \times 11 \\ &= 2019 + 33 = 2052。 \end{aligned}$$

(2) 假設此數列級數和為 $S_{11} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} + a_{11} = 2019$ ；

將每一項都除以3：

$$\begin{aligned} \text{得到新數列 } S_{11}' &= (a_1 \div 3) + (a_2 \div 3) + (a_3 \div 3) + \dots + (a_{10} \div 3) + (a_{11} \div 3) \\ &= (a_1 \times \frac{1}{3}) + (a_2 \times \frac{1}{3}) + (a_3 \times \frac{1}{3}) + \dots + (a_{10} \times \frac{1}{3}) + (a_{11} \times \frac{1}{3}) \\ &= a_1 \times \frac{1}{3} + a_2 \times \frac{1}{3} + a_3 \times \frac{1}{3} + \dots + a_{10} \times \frac{1}{3} + a_{11} \times \frac{1}{3} \\ &= (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} + a_{11}) \times \frac{1}{3} \\ &= 2019 \times \frac{1}{3} = 673。 \end{aligned}$$

答：(1) 2052 (2) 673

練習五 已知一等差數列共15項，其級數和為168。

- (1) 若將數列每一項都減4，形成一個新數列，則此新數列的級數和為何？
(2) 若將數列每一項都乘以2，形成一個新數列，則此新數列的級數和為何？



小提醒：

等差級數的和：

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n。$$

試將數列寫出來後再觀察與原數列的關係。



小提示：

利用除法原理：

被除式 = 除式 × 商式 + 餘式。

例題六 老師在課堂上教授多項式的四則運算後，便馬上演練多項式的加法和除法。隨後，立即將部分過程擦拭掉，如圖所示。請根據剩下的資料求出 $a + b + c$ 的值。

$$\begin{array}{r}
 ax^2 + 3x + b \\
 +) 4x^2 + cx + 1 \\
 \hline
 \Psi x^2 + \Theta x + \Omega
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 -3x + 4 \\
 3x + 2 \overline{) \Psi x^2 + \Theta x + \Omega} \\
 \underline{\hspace{1.5em}} \\
 -17
 \end{array}$$

解：

從直式除法算式以及除法原理：被除式 = 除式 × 商式 + 餘式；

可以得知 $\Psi x^2 + \Theta x + \Omega = (3x + 2)(-3x + 4) + (-17)$

$$= -9x^2 + 6x + 8 - 17$$

$$= -9x^2 + 6x - 9$$

從直式加法算式可以得知 $(ax^2 + 3x + b) + (4x^2 + cx + 1) = -9x^2 + 6x - 9$

$$\Leftrightarrow ax^2 + 3x + b + 4x^2 + cx + 1 = -9x^2 + 6x - 9$$

$$\Leftrightarrow ax^2 + 4x^2 + 3x + cx + b + 1 = -9x^2 + 6x - 9$$

$$\Leftrightarrow (a + 4)x^2 + (3 + c)x + (b + 1) = -9x^2 + 6x - 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 4 = -9 \\ 3 + c = 6 \\ b + 1 = -9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -9 - 4 = -13 \\ c = 6 - 3 = 3 \\ b = -9 - 1 = -10 \end{cases}$$

所以 $a + b + c = -13 + (-10) + 3 = -20$ 。

答：-20

練習六 老師在課堂上教授多項式的四則運算後，便馬上演練多項式的減法和除法。隨後，立即將部分過程擦拭掉，如圖所示。請根據剩下的資料求出 $a + b + c$ 的值。

$$\begin{array}{r}
 -3x^2 + ax + b \\
 -) cx^2 - 2x - 3 \\
 \hline
 \Psi x^2 + \Theta x + \Omega
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 -2x - 3 \\
 -x + 2 \overline{) \Psi x^2 + \Theta x + \Omega} \\
 \underline{\hspace{1.5em}} \\
 5
 \end{array}$$